

Estudo e Desenvolvimento da Suspensão de um Automóvel Desportivo

Sérgio Paulo Rodrigues Baptista

Dissertação do MIEM

Orientador na FEUP: Prof. António Luís Marinho de Tomé Ribeiro



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Junho de 2013

"Figuring the suspension of a car is almost entirely a matter of making useful approximations. It is not an exact science. But neither is it a blind application of rule-of-thumb principles."

Maurice Olley
Notes on Suspension, 1969

Resumo

A seguinte dissertação tem como objetivo o desenvolvimento da suspensão de um automóvel desportivo, nomeadamente o estudo do comportamento cinemático e o cálculo da rigidez da suspensão.

Este estudo tem como aplicação prática a suspensão de um automóvel do qual se está neste momento a construir o primeiro protótipo. A geometria da sua suspensão está praticamente definida, pelo que o trabalho efetuado foi o da determinação do comportamento cinemático bem como da rigidez da solução adotada de modo que o método utilizado neste carro possa ser extrapolado para soluções semelhantes.

O comportamento cinemático foi determinado através do estudo da representação esquemática de uma suspensão, onde a disposição relativa de todas as articulações foi representada usando um desenho de conjunto tridimensional utilizando o *software SolidWorks*. Tendo determinado a posição relativa de todas as articulações para a posição de repouso do automóvel, determinou-se em seguida a posição que as mesmas articulações adotaram quando se impôs o movimento na suspensão.

Através dos dados recolhidos neste processo, foi possível determinar a variação do alinhamento das rodas e do ângulo de camber quando se impõe um movimento ascendente ou descendente das rodas, assim como foi possível determinar a variação do ângulo de camber observada quando as rodas são viradas.

Para além do comportamento cinemático, desenvolveu-se também uma metodologia que, recorrendo a um conjunto de equações de momentos e de critérios de rigidez, permite calcular a rigidez das molas e de eventuais barras anti rolamento utilizadas na primeira iteração do processo de determinação da rigidez da suspensão que limita o movimento do *chassis* e a transferência lateral de massas.

Dos resultados obtidos através das metodologias apresentadas, concluiu-se que a variação do camber na via dianteira é proporcional ao ângulo de viragem das rodas, tornando-se mais negativo quando a roda converge e mais positivo quando a roda diverge. A este efeito, soma-se o efeito do deslocamento vertical das rodas, comum à via dianteira e via traseira. Quanto maior for o deslocamento ascendente das rodas maior será a tendência para aumentar o ângulo de camber negativo.

Relativamente à rigidez da suspensão, conclui-se que caso não seja necessária uma suspensão muito confortável, será possível garantir a rigidez necessária recorrendo apenas a molas. Caso se pretenda diminuir as vibrações na carroçaria, devem ser utilizadas molas menos rígidas com o auxílio de barras anti rolamento.

Study and Development of a Race Car's Suspension

Abstract

The aim of the following dissertation is to develop the suspension of a race car, especially the determination of the kinematic behaviour and the stiffness of the suspension.

The study focused on a single model which, despite being under development, has its suspension geometry almost fully defined, whereby the work done was aimed only on determining the kinematic behaviour and stiffness of the solution adopted. This does not invalidate the fact that the method used in this car can be extrapolated to other situations.

The kinematic behaviour was determined by studying the suspension's schematic representation, where the displacement of all joints resulted from a three-dimensional assembly drawing in *SolidWorks*. Having established all the joints in the car's reference position, it was then determined the position of the same joints when movement was imposed onto the suspension.

The data collected throughout this process made it possible to obtain the variation in the wheel alignment and wheel camber when an upward or downward movement was imposed to the wheels. It was also possible to determine the variation of the camber angle when the wheels are turned.

In addition, it was also developed a methodology in which, using a set of moment equations and stiffness criteria, it is possible to calculate the springs' stiffness and possible anti-roll bars used in the first iteration of the determination process of the overall suspension stiffness, which limits the roll movement of the car body and the lateral mass transfer.

From the results obtained it was concluded that the camber change on the front track is proportional to the steering angle, becoming more negative for toe in, and more positive for toe out. In addition to this effect, the camber angle changes with the vertical displacement of the wheel, becoming more negative with the upward movement. The greater the upward movement, the greater will be the tendency to camber change.

With regard to the stiffness of the suspension, it is concluded that if the comfort of the car is not a priority, the necessary rigidity of the suspension can be ensured only by its springs. On the other hand, if a controlled vibration of the body is needed, soft springs must be used with the aid of anti-roll bars.

Agradecimentos

Uma tese de dissertação deste tipo, realizada no âmbito do curso de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, é suposto ser um projeto de valorização pessoal e intelectual.

No entanto, não poderei deixar de expressar o meu mais sincero agradecimento a algumas pessoas e entidades que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor António Luís Marinho de Tomé Ribeiro, que me deu a conhecer o projeto em que se baseia esta dissertação, aceitou a proposta feita por mim, para realização da dissertação numa área que eu tanto gosto e me pôs em contacto com as pessoas certas para desenvolver este trabalho.

Também gostaria de deixar o meu mais sincero agradecimento a *Veloso Motorsport*, particularmente ao Engenheiro Frederico Ribeiro, que no meio da sua atarefada vida conseguiu arranjar tempo para me fornecer informação sobre o automóvel, sugeriu-me literatura apropriada ao trabalho realizado e ainda me conseguiu dar o *feedback* do trabalho que eu fui realizando ao longo destes 3/4 meses.

Não poderia também deixar de agradecer ao meu pai, Luís, pois foi dele que herdei este gosto por automóveis e, por ser um exemplar profissional do ramo automóvel há mais de 30 anos, conseguiu transmitir-me algum do conhecimento que foi adquirindo ao longo da sua vida.

Agradeço também à minha mãe, Armanda e à minha irmã Marta que, apesar de não terem influência direta no tema deste trabalho, estiveram sempre disponíveis para ajudar e incentivaram-me sempre, não só neste projeto, mas também em toda a minha vida.

Por fim, mas não menos importante, gostaria de agradecer aos meus amigos Johnny, Meira, Freixo, Tiago, Sara e Roque por me ajudarem na revisão do texto.

Índice de Conteúdos

1	Introdução	1
1.1	Enquadramento.....	1
1.2	Apresentação do Automóvel Desenvolvido	1
1.3	Objetivos	2
1.4	Organização.....	2
2	Suspensão Automóvel: caso geral e caso particular	3
2.1	Aspetos Geométricos de uma Suspensão	4
2.1.1	Distância entre Vias	4
2.1.2	Largura de Via.....	4
2.1.3	Camber	5
2.1.4	Convergência/Divergência	5
2.1.5	Kingpin	6
2.1.6	Anti-Dive e Anti-Squat.....	7
2.2	Tipos de Suspensões.....	9
2.2.1	Suspensão Dependente.....	9
2.2.2	Suspensão Independente	11
2.3	A Cinemática das Suspensões	16
2.3.1	Centro Instantâneo de Rotação	16
2.3.2	Centro de Rolamento e Eixo de Rolamento	18
2.4	O Caso em Estudo.....	20
2.4.1	Tipo de Suspensão Adotada	20
2.4.2	Aspetos Geométricos: Short-Long Arm.....	20
3	Processos de Cálculo: Cinemática e Rigidez	23
3.1	Análise Cinemática	24
3.1.1	Análise Sinemática Simplificada (2D).....	24
3.1.2	Análise Sinemática Completa (3D)	29
3.2	Rigidez das Molas e Barras Anti Rolamento	34
3.2.1	Pressupostos e Simplificações.....	35
3.2.2	Rácios de Rigidez	35
3.2.3	Relação de Instalação.....	36
3.2.4	Transferência de Massas	37
3.2.5	Roll Rate	37
3.2.6	Rigidez das molas	40
3.2.7	Rigidez das Barras Anti Rolamento	42
4	Resultados Obtidos	45
4.1	Propriedades Cinemáticas	46
4.1.1	Aquisição de Dados	46
4.1.2	Variação de Camber com Deslocamento Vertical da Roda	48
4.1.3	Ganho de Camber com Variação do Alinhamento	51
4.1.4	Variação do Alinhamento com Deslocamento Vertical da Roda	53
4.2	Determinação da Rigidez da Suspensão	58
4.2.1	Pesos, Dimensões e Restrições	58
4.2.2	Processo de Cálculo	60

5	Conclusões e Trabalhos Futuros.....	65
5.1	Conclusões.....	65
5.2	Trabalhos Futuros	67
6	Referências e Bibliografia.....	69

Índice de Figuras

Figura 1 - Distância entre vias.....	4
Figura 2 - Largura de via	4
Figura 3 - Camber negativo e positivo	5
Figura 4 - Convergência/Divergência	5
Figura 5 - Vista lateral e frontal do eixo de <i>kingpin</i>	6
Figura 6 - Suspensão <i>Hotchkiss</i>	9
Figura 7 - Suspensão <i>Four Bar Link</i>	10
Figura 8 - Suspensão <i>Twist Axle</i>	10
Figura 9 - Suspensão <i>Swing Axle</i>	11
Figura 10 - Suspensão do tipo <i>Semi-Trailing Arm</i>	12
Figura 11 - Suspensão <i>Short-Long Arm</i>	13
Figura 12 - Suspensão <i>MacPherson</i>	14
Figura 13 - Representação esquemática da suspensão <i>Multi-Link</i>	14
Figura 14 - Representação do <i>front view swing arm</i> (fvsa).....	17
Figura 15 - Determinação do Centro Instantâneo de Rotação (IC)	17
Figura 16 - Representação do <i>side view swing arm</i> (svsa)	17
Figura 17 - Efeito de <i>jacking</i>	18
Figura 18 - Determinação do Centro de Rolamento (RC).....	19
Figura 19 - Eixo de Rolamento	19
Figura 20 - Máquina para medição de parâmetros cinemáticos	24
Figura 21 - Modelo de suspensão simplificada (vista de frente).....	25
Figura 22 - Variação de camber com deslocamento ascendente da roda	27
Figura 23 - Representação dos vetores que definem o ângulo de <i>kingpin</i>	28
Figura 24 - Representação esquemática de suspensão <i>Short-Long Arm</i> (3D).....	29
Figura 25 - Representação esquemática das distâncias fixas numa suspensão <i>SLA</i>	30
Figura 26 - Representação do ângulo de caster (vista lateral).....	32
Figura 27 - Determinação da posição e comprimento do tirante de direção	33
Figura 28 - Relação de Instalação para <i>Trailing Arm</i>	36
Figura 29 - Geometria para transferência lateral de massa	38
Figura 30 - Conceito de rigidez equivalente.....	40
Figura 31 - Representação esquemática de suspensão <i>Short-Long Arm</i> (3D).....	46
Figura 32- Representação esquemática da suspensão: a) Traseira direita; b) Frente direita	47

Figura 33 - Camber vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira).....	50
Figura 34 - Camber vs. Convergência/Divergência para diferentes Δz_i	52
Figura 35 - Caster vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira)	55
Figura 36 - Convergência/Divergência vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira) ..	56
Figura 37 - Distribuição das massas estáticas	58
Figura 38 - Resolução do <i>Solver</i> do <i>Excel</i> para <i>Roll Rate</i> dianteiro e traseiro	60

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Coordenadas relativas dos pontos da suspensão dianteira (posição de referência).	47
Tabela 2 - Coordenadas relativas dos pontos da suspensão traseira (posição de referência)...	47
Tabela 3 - Coordenadas dos pontos "i" e "j" para diferentes deslocamentos verticais da roda dianteira	48
Tabela 4 - Coordenadas dos pontos "i" e "j" para diferentes deslocamentos verticais da roda traseira	49
Tabela 5 - Ângulo de camber para diferentes deslocamentos verticais do centro da roda (via dianteira e traseira)	50
Tabela 6 - Ângulo de camber para diferentes convergências/divergências e alturas	51
Tabela 7 - Coordenadas dos pontos "c" e "f" para diferentes deslocamentos verticais da roda dianteira	53
Tabela 8 - Coordenadas dos pontos "c" e "f" para diferentes deslocamentos verticais da roda traseira	54
Tabela 9 - Ângulo de caster para diferentes deslocamentos verticais do centro da roda (via dianteira e traseira)	54
Tabela 10 - Convergência/divergência dianteira para diferentes deslocamentos do centro da roda	55
Tabela 11 - Convergência/divergência traseira para diferentes deslocamentos do centro da roda	56
Tabela 12 - Dimensões dos parâmetros relevantes para apurar a rigidez da suspensão.....	59
Tabela 13 - Rácios de rigidez para suspensão sem barras anti rolamento.....	61
Tabela 14 - Cargas verificadas em curva para cada roda	62
Tabela 15 - Curso da suspensão sem barras anti rolamento	62
Tabela 16 - Rácios de rigidez para suspensão com barras anti rolamento	63
Tabela 17 - Curso da suspensão com barras anti rolamento.....	63
Tabela 18 - Comparação entre suspensões com e sem barras anti rolamento	64

1 Introdução

1.1 Enquadramento

O trabalho desenvolvido ao longo deste texto foi realizado no âmbito da disciplina de Dissertação do 5º ano do curso de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, opção de Produção, Desenvolvimento e Engenharia Automóvel da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

1.2 Apresentação do Automóvel Desenvolvido

O estudo realizado tem como objetivo perceber como funciona a suspensão de um automóvel totalmente novo do qual se está a construir o primeiro protótipo e analisar o funcionamento da mesma.

O automóvel alvo de estudo é destinado à competição ou a *track days*, e pretende-se que seja um veículo capaz de competir com veículos semelhantes, tais como o *KTM X-BOW*, o *Ariel Atom* ou o *Caterham Roadsport*.

Para se diferenciar dos seus potenciais concorrentes, espera-se que este automóvel seja barato, altamente adaptável ao gosto do utilizador, simples e fiável. Para atingir estes objetivos, recorrem-se a soluções já existentes e comprovadas, eliminando assim parte do custo de desenvolvimento e, em simultâneo, garantindo a fiabilidade desejada.

O processo de construção do automóvel encontra-se neste momento em fase terminal, tendo já definidas as dimensões e relações entre os vários constituintes da sua suspensão, faltando definir a geometria do sistema de direção (que não será alvo de estudo neste texto) e a rigidez das molas e barras anti rolamento que irão garantir o desempenho dinâmico que se espera de um automóvel desta natureza.

Como resultado final, pretende-se obter um veículo que seja capaz de transportar dois passageiros (incluindo o condutor), com um peso total de 750 kg e dimensões na ordem dos 2500x1600 milímetros. A motorização pretende-se que seja assegurada por um motor de quatro cilindros turbo com cilindrada na ordem dos 1400 cm³ e potência a rondar os 180 cv.

1.3 Objetivos

Apesar de, oficialmente, este estudo não fazer parte do desenvolvimento do automóvel apresentado, foram colocados por parte da entidade responsável pela construção do mesmo alguns desafios importantes no aperfeiçoamento da viatura, em especial da sua suspensão.

Apesar de a geometria estar praticamente definida, é necessário fazer um estudo que permita entender e caracterizar o comportamento cinemático da suspensão com o objetivo de aferir se, de facto, a geometria adotada foi a mais indicada.

Para tal teremos que determinar os seguintes parâmetros:

- Ganhos de camber resultantes do deslocamento vertical das rodas;
- Ganhos de camber observados quando se viram as rodas;
- Variação do alinhamento das rodas devido ao deslocamento vertical das mesmas.

Para além do estudo cinemático, pretende-se também criar uma metodologia de cálculo de rigidez da suspensão, nomeadamente das molas e eventuais barras anti rolamento.

Não se pretende determinara rigidez final, pretende-se antes, de uma forma ponderada, definir uma metodologia para determinar um valor inicial que será utilizado como uma primeira iteração de um processo muito complexo, como é o processo de desenvolvimento de uma suspensão.

1.4 Organização

Este texto, para além desta parte onde é apresentado o trabalho efetuado, estará dividido em mais quatro partes fundamentais:

- A primeira parte, referente ao capítulo 2, descreve as várias relações geométricas presentes na suspensão automóvel, elabora um apanhado dos tipos de suspensões utilizadas em automóveis, aborda ainda conceitos teóricos de cinemática aplicada ao estudo de suspensões e, por fim, descreve o automóvel estudado do ponto de vista das soluções adotadas na sua construção da sua suspensão;
- Seguidamente, no capítulo 3, elaboram-se as metodologias e as equações que serão necessárias para descrever o comportamento cinemático e a rigidez da suspensão;
- No capítulo 4, apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos através dos processos definidos no capítulo 3.
- Por fim, no capítulo 5, será feito um apanhado de todo o conhecimento adquirido ao longo do trabalho realizado e apresentadas as respetivas conclusões. Serão também sugeridos trabalhos futuros que complementem a informação extraída da investigação efetuada.

2 Suspensão Automóvel: caso geral e caso particular

Neste contexto, uma suspensão é uma estrutura composta por vários elementos que têm como função garantir um suporte apropriado à massa do automóvel, proporcionar ao *chassis* um isolamento apropriado às irregularidades da superfície onde o automóvel se move, manter as rodas na posição mais apropriada relativamente ao solo e garantir que os pneus estão sempre em contacto com a estrada. É também sua função proporcionar uma boa resposta dinâmica aos *inputs* que o condutor impõe no sistema de direção, de forma a garantir um comportamento previsível e fácil de controlar.

Será então necessário garantir os parâmetros apropriados que satisfaçam todos os pressupostos enunciados e ainda minimizem as cargas transferidas entre a massa suspensa e as rodas. Porém, é muito difícil garantir em simultâneo bom comportamento dinâmico e conforto. Normalmente, os engenheiros que projetam a suspensão de um automóvel de elevadas prestações, optam por garantir um bom comportamento dinâmico em detrimento do conforto. O caso contrário verifica-se para automóveis de passageiros.

Para além de elementos elásticos (molas) e de amortecedores, que são utilizados para absorver as vibrações, as suspensões são compostas por uma combinação de ligações e articulações. As respetivas variações de posição e orientação destes elementos são designadas características cinemáticas e são definidas por parâmetros funcionais definidos pela geometria, cujos valores são especificados pelo *design* [1].

2.1 Aspetos Geométricos de uma Suspensão

2.1.1 Distância entre Vias

A distância entre vias (ℓ) é definida como a distância entre a via dianteira e a via traseira (Figura 1). Esta distância tem muita influência na distribuição de cargas entre vias pois quanto maior ela for, menor será a transferência de massa de um eixo para o outro durante acelerações longitudinais [2].

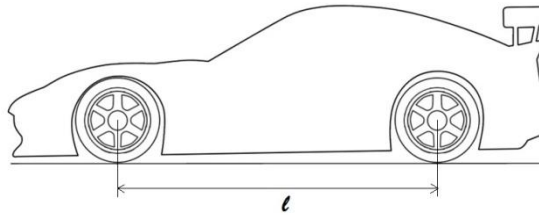


Figura 1 - Distância entre vias

Com uma distância entre vias muito longa, que não promove a transferência de massas longitudinal, é possível aplicar molas menos rígidas, melhorando assim o conforto. Em contrapartida, quanto maior for a distância entre vias, maior terá que ser o raio de viragem do veículo, tornando esta configuração pouco adequada a estradas ou circuitos com curvas muito fechadas.

Na presença de uma distância entre vias muito curta, apesar de se reduzir o raio de viragem, tem que se aumentar a rigidez das molas. Com esta configuração, torna-se difícil a estabilidade da viatura na saída das curvas e em linha reta [3].

Para evitar a transferência de massas longitudinais podem ser introduzidas características de “Anti” na conceção da suspensão (2.1.6).

2.1.2 Largura de Via

A largura de via (t) é a distância que separa um par de rodas do mesmo eixo (Figura 2). Este parâmetro pode ser diferente na via dianteira (t_F) e na via traseira (t_R).

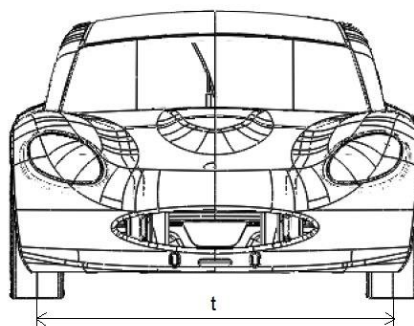


Figura 2 - Largura de via

É de vital importância quando se projeta um veículo, pois tem extrema importância no comportamento em curva e na tendência que a carroçaria tem em rolar. Quanto maior for esta distância, menor será a transferência lateral de massa.

Uma largura de via excessivamente grande, para além da desvantagem óbvia de ocupar muito espaço, tem também a desvantagem de obrigar a um movimento lateral de maior amplitude para evitar a colisão da viatura com um obstáculo que se encontre na sua trajetória.

2.1.3 *Camber*

O camber (\emptyset) é o ângulo que o plano da roda faz com uma perpendicular ao solo quando visto de frente e é fundamental para que os pneus possam ter o máximo de contacto com o solo.

Por convenção da SAE considera-se que este ângulo é positivo quando a parte superior da roda está inclinada para fora e negativo quando a parte superior da roda está inclinada para dentro (Figura 3).

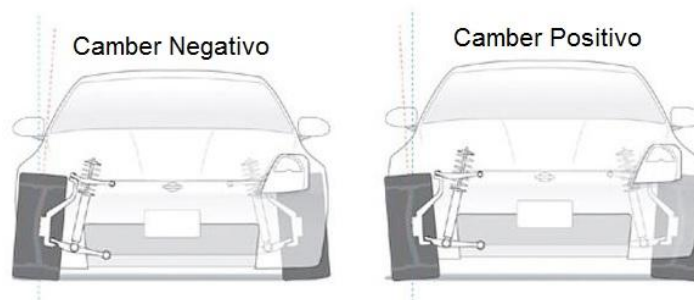


Figura 3 - Camber negativo e positivo

Uma roda, quando estiver a rodar, irá produzir uma força lateral que aponta no sentido da inclinação proveniente do camber, pelo que seria conveniente diminuir esta inclinação em reta, onde não são necessárias forças laterais, e seria também desejável inclinar as rodas durante uma curva de modo a que as forças resultantes ajudassem o veículo a curvar, ou seja, promover camber negativo na roda exterior e camber positivo na roda interior.

2.1.4 *Convergência/Divergência*

Neste contexto, quando se fala de convergência ou divergência, refere-se ao ângulo (μ) que o plano da roda, quando visto de cima, faz com o plano de simetria do veículo. Este parâmetro é também conhecido pela sua designação em inglês: *Toe In* (convergência) e *Toe Out* (divergência).

Por convenção, define-se convergência como um ângulo de valor positivo que posiciona a roda para que a sua parte da frente se incline para o interior da viatura. Quando o ângulo assume valores negativos, significa que a parte anterior da roda está apontada para o exterior (Figura 4).

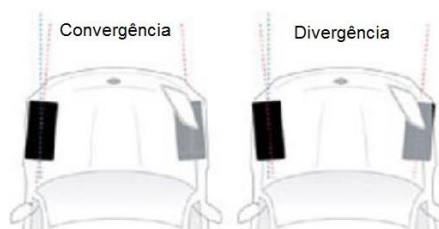


Figura 4 - Convergência/Divergência

Idealmente, este ângulo deveria ser nulo em linha reta para garantir que as rodas se movimentem num movimento de rolamento puro, minimizando assim o atrito. Porém, em curva, para garantir que o automóvel percorra o caminho desejado, é necessário que uma roda vire mais do que outra, pois o percurso de cada roda será diferente.

A geometria de *Ackerman*, descrita mais detalhadamente em [4] e [5], ajuda a compreender como se conseguem atingir diferentes ângulos em rodas do mesmo eixo, mas ainda assim não é possível que ambas as rodas tenham um movimento de rolamento puro. Para contornar este problema, adiciona-se mais convergência ou divergência (dependendo dos casos), tentando minimizar o arrastamento das rodas quando estão viradas e quando estão alinhadas uma com a outra.

O ângulo de convergência total de um eixo é obtido pela soma algébrica dos ângulos de cada roda. Se estes ângulos forem diferentes na roda direita e na roda esquerda, a tendência é que estes se equilibrem quando a viatura estiver em movimento, pois as forças resultantes em cada roda vão equilibrar o sistema na posição que menos resistência provocar.

2.1.5 Kingpin

Kingpin é o eixo sobre o qual a roda gira, definido pelas duas articulações que unem a manga de eixo aos braços de suporte da mesma. Uma articulação superior (*Upper Ball Joint*, UBJ) e outra inferior (*Lower Ball Joint*, LBJ).

2.1.5.1 Ângulo de Kingpin

Quando visto de frente, o eixo de *kingpin* faz um ângulo com a vertical, designado ângulo de *kingpin* (σ), e interceta o solo num ponto não coincidente com o centro da “pegada” do pneu. À distância entre esses dois pontos dá-se o nome de *scrub radius* (Figura 5).

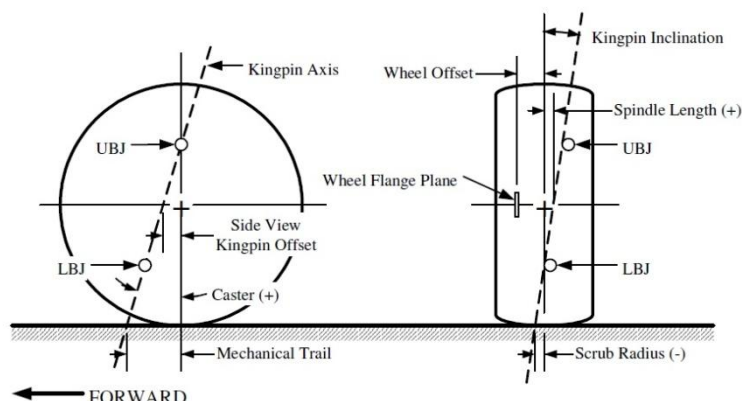


Figura 5 - Vista lateral e frontal do eixo de *kingpin*

Por convenção, decidiu-se que quando a parte inferior deste eixo está mais afastada do centro do carro do que a parte superior, o ângulo de *kingpin* é positivo e que o *scrub radius* é negativo quando é medido na parte de fora da roda. Apesar do *scrub radius* poder assumir valores negativos ou positivos, o ângulo de *kingpin* é sempre positivo [5].

Um dado também importante a retirar da vista de frente é a distância medida na horizontal entre o centro da roda e do eixo sobre o qual esta gira (*Spindle Length*).

Estes parâmetros são importantes porque ajudam a melhorar o desempenho dinâmico do veículo. Quanto maior for o ângulo de *kingpin* e/ou maior o *spindle length*, mais o automóvel

se eleva quando são viradas as rodas. Este efeito vai criar um momento no eixo de *kingpin* contrário ao *input* no volante, fazendo com que as rodas voltem à posição inicial de equilíbrio. Outro efeito, neste caso quase sempre indesejável, do ângulo de *kingpin* é promover o *camber* positivo quando as rodas são viradas.

O *scrub radius* funciona como o braço do momento provocado pelas forças de travagem/aceleração. Quanto maior for o *scrub radius*, maior será a tendência para as rodas virarem numa travagem ou aceleração, principalmente se as forças envolvidas forem diferentes na roda esquerda e direita [5].

Um bom compromisso deve ser achado de modo a que a definição do ângulo de *kingpin*, *scrub radius* e *spindle length* garantam um bom desempenho à viatura e, ao mesmo tempo, permitam acondicionar todas as partes integrantes da suspensão.

2.1.5.2 Ângulo de Caster

Ao ângulo de *kingpin*, quando visto de lado, dá-se o nome de ângulo de *caster* (ρ) e, se o eixo não coincidir com o centro da roda, caracteriza-se a distância entre o eixo e o centro da roda como *kingpin offset*. À distância que separa a interceção do eixo de *kingpin* com a projeção no solo do centro da roda, dá-se o nome de arrasto ou *mechanical trail* (Figura 5).

O ângulo de *caster*, por convenção, é considerado positivo quando a extremidade inferior do eixo de *kingpin* se situa mais à frente que a extremidade superior, tendo (virtualmente) todos os automóveis esta configuração.

As forças laterais que atuam no ponto de contacto do pneu com o solo criam um momento no eixo de *kingpin*. Este momento tende a centrar as rodas e resulta da multiplicação das forças laterais pela distância de arrasto. Quanto maior o arrasto, maior será o efeito de centragem das rodas, por outro lado, um arrasto demasiado elevado pode tornar a direção demasiado pesada e difícil de manobrar por parte do condutor.

Ao contrário do que se verifica com o ângulo de *kingpin*, que promove o *camber* positivo quando as rodas são viradas, o ângulo de *caster* promove o *camber* negativo, mas apenas na roda exterior. Na roda interior, o ângulo de *caster* promove o *camber* positivo. É então extremamente importante adicionar um ângulo de *camber* positivo ao eixo de *kingpin* pois permite que as rodas se inclinem em curva da forma mais favorável possível.

2.1.6 Anti-Dive e Anti-Squat

Quando o veículo é sujeito a uma aceleração para a frente, a carga sobre o eixo traseiro aumenta devido à transferência de massas. De um modo semelhante, quando uma travagem é efetuada, a transferência de massas resulta num aumento da carga no eixo dianteiro.

Com uma variação de carga, as molas constituintes da suspensão sofrem uma deformação que pode ser de compressão, no caso de se verificar um aumento da carga, ou pode ser de extensão, caso a variação de carga seja negativa.

Estas variações de carga são usualmente acompanhadas por um movimento de rotação por parte da carroçaria do veículo, fazendo com que a frente se aproxime e a traseira se afaste do solo quando sujeito a uma travagem e o contrário quando sujeita a uma aceleração.

Para contrariar este tipo de movimento recorre-se normalmente à geometria da suspensão, pois alterando a posição do Centro Instantâneo de Rotação (2.3.1), altera-se também a sensibilidade com que o veículo é afetado pelos fenómenos descritos.

Assim, à capacidade que o veículo tem de contrariar a rotação para a frente, dá-se o nome de *Anti-Dive* e à capacidade de contrariar a rotação para trás designa-se *Anti-Squat*. Estes parâmetros são função da inclinação que o *side view swing arm* (2.3.1) têm com o solo como demonstrado em [5].

Estes dois parâmetros (*anti-dive e anti-squat*) apenas controlam o movimento de rotação da carroçaria e a variação da carga nas molas, não tendo qualquer efeito na transferência de massas [5].

2.2 Tipos de Suspensões

As suspensões de automóveis dividem-se, de uma maneira geral, em dois grandes grupos: suspensões dependentes e suspensões independentes.

A cada grupo correspondem ainda várias soluções construtivas e funcionais, que não passam de modos diferentes de ligar fisicamente a massa não suspensa de um veículo à respetiva massa suspensa.

Os tipos de ligações caracterizam não só o movimento relativo, como também as forças transmitidas entre a massa suspensa e a massa não suspensa do veículo e, não havendo a solução perfeita, o tipo de suspensão deve ser escolhido em função da utilização a dar ao veículo que equipa.

2.2.1 Suspensão Dependente

Uma suspensão dependente é aquela em que as rodas são montadas nas extremidades de um eixo rígido, pelo que qualquer movimento numa roda é transferido de alguma forma para a roda na extremidade oposta.

Deste modo, as rodas montadas neste tipo de suspensão só podem ter dois tipos de movimento em relação à carroçaria: ou se movimentam em conjunto para cima e para baixo ou então movimentam-se em sentidos opostos num movimento de rolamento.

Como vantagens deste tipo de suspensão destaca-se o facto do rolamento da carroçaria não afetar o camber nem o alinhamento das rodas. Por outro lado, a principal desvantagem das suspensões dependentes é a sua suscetibilidade em provocar vibrações indesejáveis na direção.

Não se trata do sistema de suspensão mais aconselhável para automóveis de elevada performance, pois nestes são necessárias algumas características que as suspensões dependentes não conseguem proporcionar, tal como a variação de camber com o movimento das rodas ou rigidez de rolamento da carroçaria.

2.2.1.1 Hotchkiss

Esta é a mais antiga e mais comum configuração de suspensões dependentes [4, 5]. O eixo rígido é montado sobre duas molas de lâminas (Figura 6), em que estas, para além de funcionarem como elementos elásticos, também garantem a fixação do eixo.

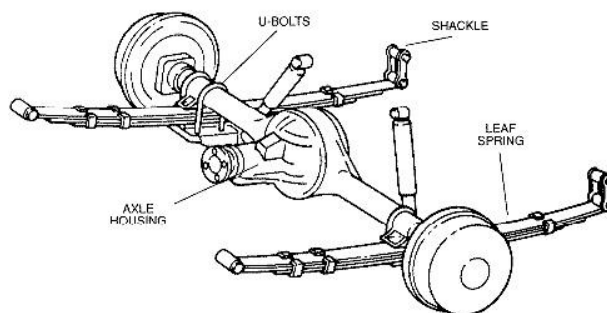


Figura 6 - Suspensão Hotchkiss

As molas de lâminas, por serem as mais simples e mais baratas [4], tornaram-se um modelo bastante apelativo na construção de automóveis na década de 1960, sendo ainda hoje bastante utilizado na construção de suspensões de camiões de pequeno e grande porte.

No entanto, pelo fato de utilizar molas de lâminas, este tipo de suspensão não garante muita estabilidade quando sujeito a forças laterais. Mais ainda, este tipo de molas desenvolve demasiada fricção, o que levou ao abandono deste tipo de suspensão por parte da maioria dos automóveis ligeiros, principalmente àqueles destinados à competição.

2.2.1.2 *Four Bar Link*

Neste tipo de suspensões, a ligação do eixo à carroçaria é garantida por quatro barras (Figura 7), que poderão ser dispostas de variadas maneiras, mas sempre restringido quatro graus de liberdade permitindo apenas dois graus de liberdade.

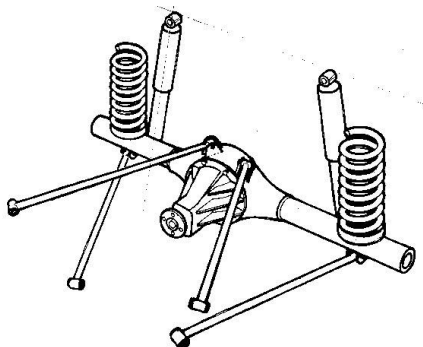


Figura 7 - Suspensão *Four Bar Link*

Deste modo, as molas serão apenas utilizadas como elementos elásticos, podendo assim ser do tipo helicoidais, eliminando os efeitos de fricção característicos das molas de lâmina.

Por utilizar mais componentes que o sistema *Hotchkiss*, este modelo torna-se mais dispendioso, no entanto a sua disposição geométrica torna muito mais fácil o controlo da posição do centro de rolamento e melhor controlo sobre a transferência longitudinal de massas [5].

2.2.1.3 *Twist Axle*

Este tipo de suspensões é apenas utilizado na via traseira de automóveis com tração dianteira, sendo atualmente o tipo mais comum de suspensões dependentes utilizado em automóveis ligeiros [5].

A estrutura pode ter a forma de um “H” ou de um “C”, em que a viga transversal une os dois braços longitudinais (Figura 8). Estes braços longitudinais estão ligados de um lado à carroçaria, através de casquilhos, e na outra extremidade têm acopladas a si as rodas.

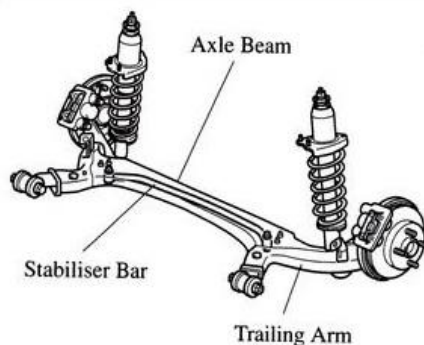


Figura 8 - Suspensão *Twist Axle*

A viga transversal pode estar colocada a meio vão dos braços longitudinais (formando um “H”) ou alinhada com os casquilhos de fixação à carroçaria ou alinhada com o centro das

rodas (formando um “C”). Assim, quando os braços longitudinais se movimentam verticalmente relativamente um ao outro, a viga transversal é obrigada a torcer, originando resistência ao rolamento da carroçaria.

O posicionamento da viga transversal afeta o comportamento das rodas quando é imposto algum movimento relativo entre elas. Normalmente, quanto mais próxima estiver a viga transversal das rodas, maior será a variação do *camber* e do alinhamento das rodas [6].

Embora o movimento de uma roda afete a posição da outra, os ângulos de *camber* e o alinhamento entre rodas é só alterado na presença de movimento relativo. Caso as duas rodas se movimentem paralelamente em relação à carroçaria, nenhum destes ângulos é alterado. Por outro lado, o movimento vertical das rodas irá alterar a distância entre vias.

Por se tratar de um sistema muito simples que recorre a componentes igualmente simples, torna-se uma solução muito apelativa para implementar em automóveis utilitários ou pequenos familiares devido ao baixo custo e ao baixo peso. Por outro lado, por não garantir grande capacidade de alteração do *camber*, rigidez de rolamento e outras características, não é muito utilizado em automóveis desportivos[6].

2.2.2 Suspensão Independente

A principal característica de qualquer tipo de suspensão independente é a possibilidade de movimentar na vertical uma roda sem que esta altere a posição da roda do lado oposto.

Existem porém outras características que tornam as suspensões independentes mais apelativas que as suspensões dependentes. São mais compactas e permitem libertar mais espaço para outros componentes do automóvel como, por exemplo, o motor. Permitem também uma maior resistência ao rolamento da carroçaria mesmo com molas menos rígidas e, por se desacoplar uma roda da outra, eliminam as vibrações características dos eixos rígidos nas suspensões dependentes.

Outra característica muito importante é a possibilidade de definir bem o centro de rolamento para valores que permitam controlar, entre outros aspetos, a transferência de massas no automóvel quando sujeito a acelerações, quer longitudinais, quer laterais.

2.2.2.1 *Swing Axle*

Por utilizar os semi-eixos como elementos estruturais, este tipo de suspensão torna-se um dos modos mais simples de suspensões independentes. As rodas estão ligadas rigidamente aos semi-eixos que, por sua vez, estão ligados ao diferencial através de rótulas como se pode verificar na Figura 9.

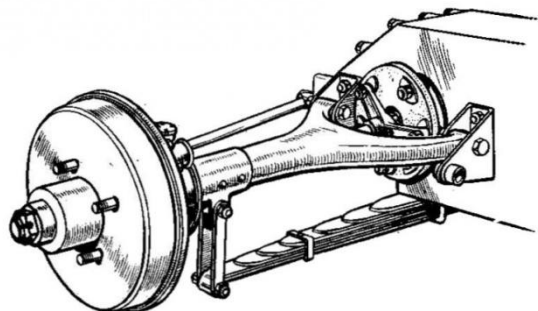


Figura 9 - Suspensão *Swing Axle*

Esta configuração, apesar de permitir que ambas as rodas se movimentem independentemente, faz com que o centro de rolamento esteja localizado muito acima do solo e provoca elevadas variações de *camber* e do alinhamento das rodas quando estas se movimentam na vertical.

O facto do centro de rolamento se localizar tão acima do solo faz com que, durante uma curva, se desenvolvam forças de elevação da carroçaria (ver 2.3.2), que resultam do momento provocado pelas forças laterais que atuam sobre os pneus. Havendo elevação da carroçaria, o *camber* da roda exterior que deveria ser negativo, torna-se positivo, fazendo com que o controlo do automóvel se torne muito difícil.

2.2.2.2 *Trailing Arm*

As suspensões deste tipo são utilizadas quase exclusivamente no eixo traseiro. No entanto foi um modelo muito utilizado para suspensões dianteiras pela Volkswagen e Porsche no pós-guerra [4].

São bastante simples, pois utilizam apenas um braço que está ligado à roda numa das extremidades e na outra extremidade está ligado à carroçaria através de dois casquilhos de uma forma idêntica à de uma dobradiça de uma porta.

Nesta categoria de suspensões independentes podem ser consideradas duas sub-categorias: *Trailing Arm* puro ou *Semi-Trailing Arm* (Figura 10).

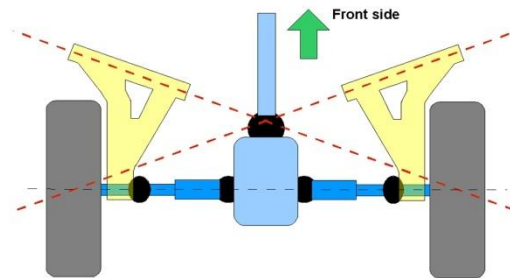


Figura 10 - Suspensão do tipo *Semi-Trailing Arm*

Na primeira, os casquilhos de fixação formam um eixo perpendicular à linha de simetria do automóvel e paralelo ao solo. Assim, quando se movimenta a roda na vertical, não se verificam quaisquer alterações no alinhamento da roda nem no *camber*.

No segundo caso, o eixo formado pelos dois casquilhos poderá adotar qualquer posição em relação à carroçaria. Com esta configuração, a variação de *camber* será proporcional ao deslocamento vertical da roda e a relação entre o alinhamento e o percurso vertical das rodas nunca poderá ser uma linha reta, sendo o contrário o mais desejável [5].

Em qualquer dos casos, apenas se utiliza um braço em cada lado, obrigando a que estes sejam suficientemente resistentes à deformação devido às elevadas forças provocadas em curva. Caso contrário, os braços irão deformar e provocar alterações indesejáveis na estrutura.

2.2.2.3 *Short-Long Arm*

Designada de variadas maneiras, tais como suspensão de triângulos sobrepostos, duplo “A” ou *Double Wishbone*, este tipo de suspensão é um dos mais utilizados tanto no eixo dianteiro como no eixo traseiro de automóveis de elevada performance, sendo-o também nos automóveis de produção [1, 7].

De uma forma sucinta, a roda é guiada por dois braços, um superior e outro inferior, que estão ligados de um lado à carroçaria através de rótulas planas, e no outro lado estão ligados à manga de eixo através de rótulas esféricas. O braço ou triângulo superior é normalmente mais curto que o inferior para permitir que a roda incline para dentro quando se movimenta para cima (Figura 11).

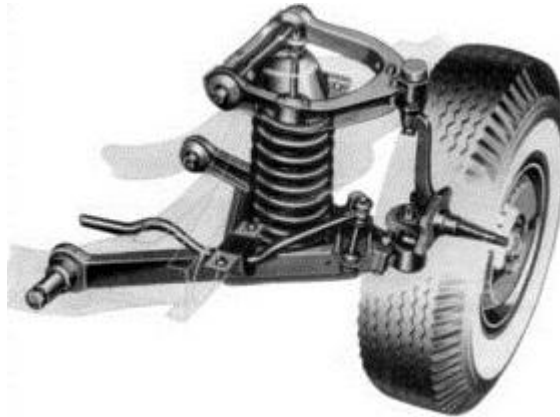


Figura 11 - Suspensão *Short-Long Arm*

A manga de eixo está ainda ligada através de rótulas esféricas a um terceiro elemento, o tirante de direção, que impede a roda de girar sobre si mesma. No caso das suspensões dianteiras, o tirante da direção é o responsável por virar a roda de acordo com o movimento que o condutor impõe no guiador. No eixo traseiro, como o tirante é fixo, a variação no alinhamento das rodas é conseguida apenas com o movimento vertical da roda, tratando-se sempre de pequenas variações.

A maior vantagem deste tipo de suspensão é a sua elevada versatilidade cinemática, pois o projetista consegue facilmente encontrar um bom compromisso entre a taxa de variação de *camber* e a localização do centro de rolamento. É relativamente simples aproximar com bastante precisão o comportamento cinemático de uma suspensão deste género mas, ao mesmo tempo, é muito difícil defini-lo analiticamente devido aos muitos parâmetros envolvidos em problemas tridimensionais [1].

2.2.2.4 *MacPherson*

As suspensões *MacPherson* são, atualmente, as mais utilizadas nos eixos dianteiros dos automóveis de tração dianteira de produção em série devido ao seu baixo peso, tamanho reduzido e simplicidade construtiva [8].

Trata-se de uma solução semelhante às suspensões *Short-Long Arm*, onde o triângulo superior é substituído por uma estrutura composta por uma mola e um amortecedor. O amortecedor está, num lado, rigidamente fixo à roda e ao braço ou braços inferiores e do lado oposto está fixo à carroçaria (Figura 12).

Por uma questão construtiva e funcional é necessário montar a estrutura mola/amortecedor com alguma inclinação para garantir os ângulos de *caster* e *kingpin* necessários mas, ao fazê-lo, vão criar-se forças de flexão na estrutura e consequentemente fricção. Este fenómeno evita-se descentrando a mola do amortecedor. Este processo está detalhadamente estudado e explicado na referência [9].

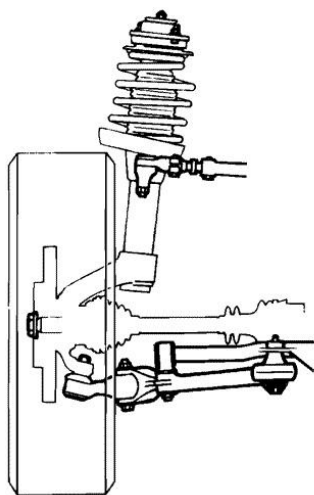


Figura 12 - Suspensão MacPherson

Por obrigar a montar as molas/amortecedores praticamente na vertical, este tipo de suspensão obriga a que a altura do capô sob o qual será montada toda a estrutura seja suficiente alta para acomodar todos os seus componentes. Ainda como desvantagem, observa-se que este tipo de suspensão não apresenta uma boa taxa de variação de *camber*, uma vez que, quando sujeita a movimento vertical, a roda inclina-se no sentido oposto ao qual seria desejável.

2.2.2.5 Multi-Link

A suspensão *Multi-Link* é um dos mais complexos sistemas de suspensão e começou a ser utilizado a partir no início da década de 1980 em automóveis de passageiros. É caracterizada pela sua versatilidade cinemática e pela liberdade que permite em termos de *design* [10].

É muito semelhante à suspensão de triângulos sobrepostos (*Short-Long Arm*), diferindo desta no formato dos triângulos, que no caso da suspensão *Multi-Link*, não estão ligados à roda apenas por uma rótula mas sim por duas. Deste modo, as quatro ligações que unem os triângulos à manga de eixo deixarão de definir um plano, facto que terá enorme influência no comportamento cinemático da estrutura [10]. Assim, a ligação da roda à carroçaria é assegurada através de cinco tirantes (quatro correspondentes aos triângulos e outro correspondente ao tirante de direção), onde são aplicadas duas rótulas, uma em cada extremidade como se pode verificar na Figura 13.

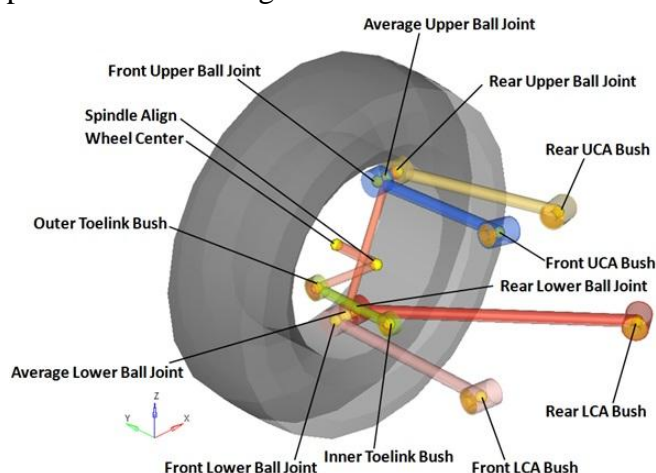


Figura 13 - Representação esquemática da suspensão Multi-Link

Atualmente, muitos dos automóveis estão equipados com este sistema que, devido à sua liberdade geométrica, permitem aproveitar muito bem o espaço disponível e, ao mesmo tempo, permitem também bom comportamento dinâmico, conforto e baixo ruído, porém, é também uma das soluções mais caras e difíceis de produzir e, por ser complexa, não permite muitos ajustes ou variações na geometria [10].

2.3 A Cinemática das Suspensões

Neste capítulo serão descritos alguns dos parâmetros mais importantes na definição da cinemática de uma suspensão. Estes parâmetros cinemáticos irão revelar-se de extrema importância, pois serão eles os maiores responsáveis na caracterização dinâmica do veículo do qual são característicos.

Nesta obra será apenas dada importância ao estudo da cinemática de suspensões independentes, particularmente as suspensões de triângulos sobrepostos (2.2.2.3) pois será este tipo de suspensões que será estudado mais aprofundadamente, sendo também a solução mais indicada para o veículo que será alvo de estudo (2.4.1).

2.3.1 Centro Instantâneo de Rotação

O Centro Instantâneo de Rotação, ou em inglês, *Instant Center* (IC), representa um ponto solidário a um corpo que tem velocidade nula nesse instante. É de extrema importância na caracterização de um movimento plano [11] e é uma preciosa ajuda quando se pretende estabelecer relações de movimento entre dois corpos. No caso das suspensões automóveis, estabelece-se a relação de movimento entre as rodas e a carroçaria.

No estudo de suspensões é conveniente dividir o estudo tridimensional em dois problemas bidimensionais: um utilizando a vista frontal e outro utilizando a vista lateral do veículo que a suspensão equipa.

Definindo o IC, é também possível determinar através da vista de frente a taxa de variação do *camber*, parte da informação necessária para a localização do centro de rolamento, e dados necessários para definir as características da direção. A determinação na vista lateral do IC permite determinar o percurso para a frente e para trás da roda quando esta se desloca na vertical, informação relativa às características de *anti-lift*, *anti-dive* e *anti-squat* e ainda a taxa de variação de *caster*.

Qualquer estrutura tridimensional é definida por três vistas bidimensionais e, embora sejam apenas estudadas duas vistas (a frontal e a lateral). Os dados resultantes da terceira vista (a de topo) não acrescentam nada de muito útil na análise de uma suspensão, a não ser a análise do alinhamento das rodas [5].

Utilizando como modelo de suspensão o sistema *Short-Long Arm* (2.2.2.3), poderemos simplificá-lo utilizando a noção de Centro Instantâneo de Rotação (Figura 15).

Admitindo que, vistos de frente, os triângulos têm apenas um movimento de rotação em torno das ligações à carroçaria (pontos A e D) então, a velocidade dos pontos coincidentes com as ligações dos triângulos à roda (pontos B e C), terá que ser perpendicular à correspondente projeção dos triângulos no plano frontal. A interseção das retas definidas pelos pares de pontos (A,B) e (C,D) dá origem ao Centro Instantâneo de Rotação (Figura 15).

Por outras palavras, no instante em que a roda se movimenta para cima ou para baixo, o IC define o ponto no espaço onde a velocidade da roda é nula. De uma forma esquemática, poderíamos substituir as duas ligações deste tipo de suspensão por um único braço, solidário com a roda e que gira em torno do IC (Figura 14), um pouco como nas suspensões do tipo *Swing-Axle* definidas em 2.2.2.1. Este componente imaginário designa-se, em inglês, por *front view swing arm* (fvsa).

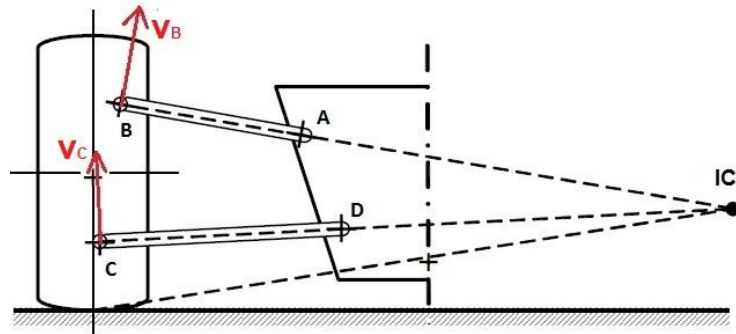
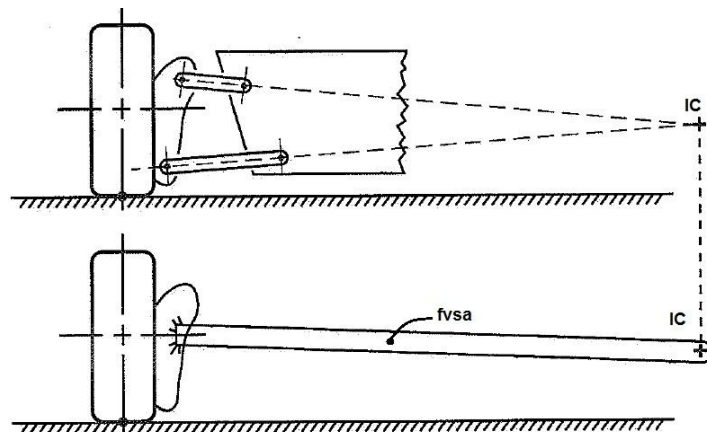
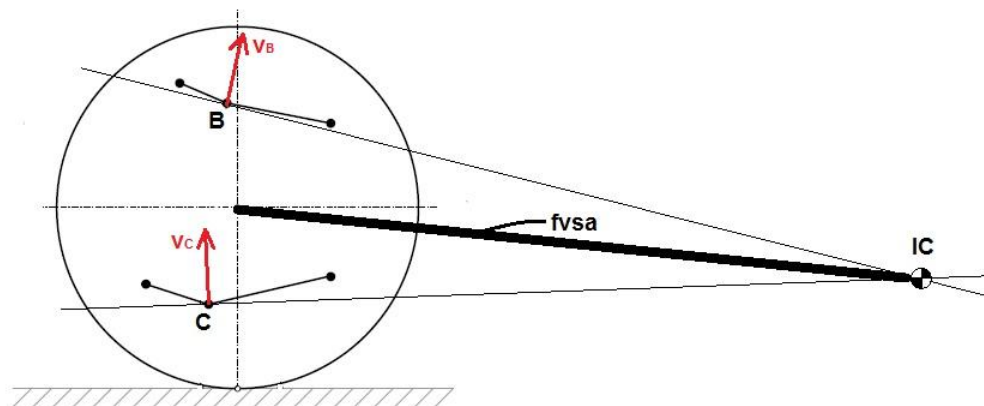


Figura 15 - Determinação do Centro Instantâneo de Rotação (IC)

Figura 14 - Representação do *front view swing arm* (fvsa)

A determinação do IC visto no plano lateral é feita de um modo análogo. Duas retas são traçadas perpendicularmente ao vetor velocidade de cada rótula da manga de eixo. A interseção destas retas define o IC no plano lateral. Ao braço imaginário que liga o centro da roda ao IC (Figura 16) vista no plano lateral dá-se a designação inglesa *side view swing arm* (svsa). É este braço imaginário que controla os movimentos e forças longitudinais.

Figura 16 - Representação do *side view swing arm* (svsa)

Tipicamente, o IC visto de lado localiza-se atrás e acima do centro da roda para suspensões dianteiras, e à frente e acima do centro da roda em suspensões traseiras [5].

Quando os triângulos se movem, o IC muda de posição, pelo que uma cuidada conceção geométrica da suspensão permite definir não só a correta posição do IC em qualquer instante

como também permite saber a velocidade e a direção com que este se move com o movimento da suspensão.

2.3.2 Centro de Rolamento e Eixo de Rolamento

2.3.2.1 Centro de Rolamento

O centro de rolamento (*Roll Center*, RC) é o ponto que transmite as forças entre a massa suspensa e a massa não suspensa do veículo quando este está sujeito a uma aceleração lateral (em curva). Fazendo uma analogia com um mecanismo da alavanca, o RC pode ser visto como o “fulcro”, as rodas como a “resistência” e o centro de gravidade como a “potência”. Quanto maior for a distância entre o RC e o centro de gravidade (CG), maior será o rolamento resultante ou, por outras palavras, quanto maior for a distância entre o “fulcro” e a “potência”, maior será o momento resultante.

Se o centro de rolamento se situar acima do CG, como no caso das motos, o momento desenvolvido pela aceleração lateral irá provocar rolamento para o interior da curva, caso o RC coincida com o CG não se verifica rolamento da carroçaria na presença de aceleração lateral [12]. O mais comum é o RC se situar abaixo do CG, fazendo com que a carroçaria se incline para o exterior da curva, que é o movimento natural num automóvel.

Em algumas suspensões é também possível que o RC se situe abaixo do nível do solo, mas tal é desaconselhável devido ao comportamento dinâmico que desta configuração resulta. A demonstração desta teoria está bem fundamentada na referência [12].

Na determinação da altura do RC, para além dos pressupostos descritos acima, é necessário também ter em conta um fenómeno indesejável: o efeito de *Jacking* (já mencionado em 2.2.2.1 como forças de elevação). Se o centro de rolamento se deve situar entre o CG e o solo, é simples perceber que quanto menor for a distância entre o centro de rolamento e o CG, maior será a distância entre o solo e o RC. Deste modo, se a distância entre o solo e o RC for excessivamente elevada, as forças exercidas nos pneus poderão ser suficientes para provocar um momento no RC suficiente para inclinar a roda exterior para fora como ilustrado na Figura 17 (camber positivo) e, no caso da suspensão ser demasiado rígida (comportamento semelhante a uma suspensão dependente), este primeiro efeito vai fazer com que a roda interior se eleve do chão. Em ambos os casos são efeitos indesejáveis que levam a um mau aproveitamento das características dos pneus.

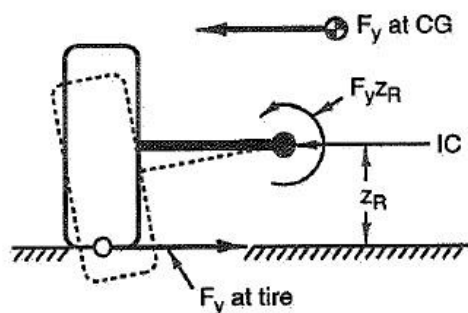


Figura 17 - Efeito de *jacking*

Geometricamente, a posição do RC é determinada traçando na vista de frente, uma linha que une o Centro Instantâneo de Rotação (IC) ao ponto de contacto entre o pneu e o solo. Repetindo o mesmo processo, define-se um ponto obtido através da intersecção destas duas retas. É esse ponto o centro de rolamento (Figura 18). Se as suspensões de ambos os lados forem simétricas, o RC deve estar localizado sob o plano de simetria do veículo.

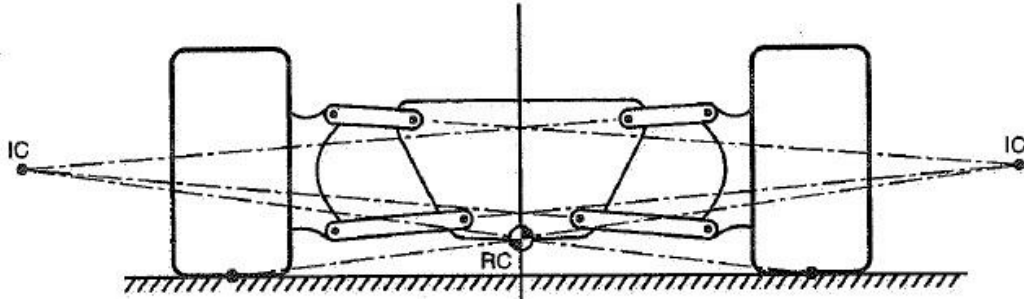


Figura 18 - Determinação do Centro de Rolamento (RC)

Conclui-se então que a posição do centro de rolamento é controlada por duas distâncias: na vertical, entre o IC e o solo e na horizontal, entre o IC e a roda. Por outras palavras, o centro de rolamento (RC) é função do comprimento do *front view swing arm* (fvsa) e da sua altura ao solo [5].

2.3.2.2 Eixo de Rolamento

O eixo de rolamento, não é mais do que a reta que une o centro de rolamento da via dianteira ao centro de rolamento da via traseira (Figura 19).

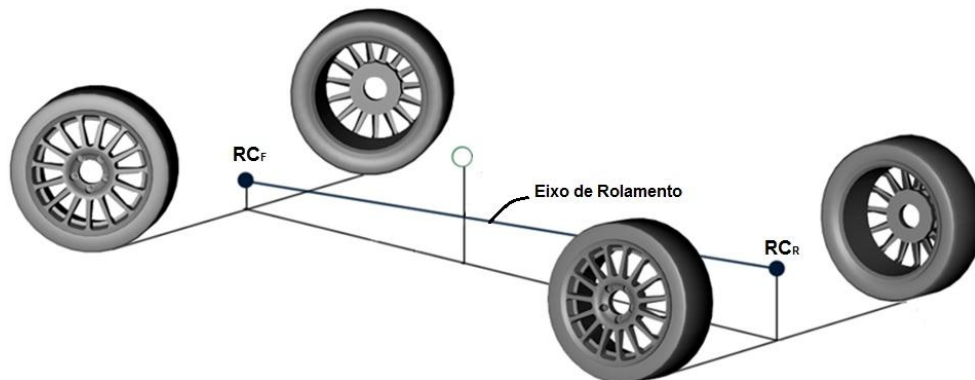


Figura 19 - Eixo de Rolamento

Quando ocorre rolamento da carroçaria devido à aceleração lateral provocada por uma curva, esta gira sobre o eixo de rolamento.

2.4 O Caso em Estudo

Depois de apresentados alguns aspetos essenciais para compreender o funcionamento e a função de uma suspensão automóvel e algumas das soluções mais utilizadas, segue-se a apresentação do caso particular que vai ser alvo de estudo ao longo do restante texto.

A suspensão que será analisada destina-se a equipar um automóvel para competição e pretende-se que seja o mais versátil e barata possível. Porém exige-se que seja também capaz de responder às necessidades que um automóvel desta natureza necessita, obrigando a aplicar uma solução o mais leve possível, capaz de garantir a *performance* de um automóvel desportivo e permitindo que os vários parâmetros que definem a suspensão sejam adaptáveis a diferentes tipos de condução.

2.4.1 Tipo de Suspensão Adotada

Como foi visto em 2.2, as suspensões independentes são aquelas que permitem melhor comportamento dinâmico, permitindo também maior flexibilidade na construção e configuração.

Dentro da gama de suspensões independentes destacam-se três soluções candidatas a equiparem o automóvel estudado: a suspensão *MacPherson*, a suspensão *Multi-Link* e a suspensão *Short-Long Arm*. As restantes soluções são desde já descartadas pois apresentam grandes forças de deformação, geometria limitada, elevada fricção ou uma combinação destas desvantagens [5].

Do ponto de vista da simplicidade e, conseqüentemente, do preço, a suspensão *MacPherson* é a solução mais indicada. Porém, trata-se de um sistema que não permite grande liberdade na configuração, principalmente no que diz respeito à variação de *camber* em curva.

Do ponto de vista do desempenho, a suspensão *Multi-Link* é melhor solução que a suspensão *Short-Long Arm*, principalmente na variação de *camber* e de convergência/divergência quando se movimentam as rodas na vertical. Aliás, como já foi referido em 2.2.2.5, a suspensão *Multi-Link* é uma evolução da suspensão *Short-Long Arm*. No entanto, a maior simplicidade e maior flexibilidade por parte da suspensão *Short-Long Arm* levam à escolha desta solução para implementar no automóvel.

O passo seguinte é definir a geometria da solução adotada.

2.4.2 Aspetos Geométricos: *Short-Long Arm*

Apesar de não ser o objetivo deste texto definir a geometria da suspensão, é importante enunciar alguns princípios utilizados, permitindo assim o leitor compreender a influência que estes terão no estudo efetuado no capítulo 1.

Em primeiro lugar, é necessário definir todos os parâmetros de acondicionamento fixos ou que, por alguma razão, não podem ser alterados.

Em seguida deve ser tomado em consideração o acondicionamento dos componentes que compõem a massa não suspensa, tais como as jantes, pneus, manga de eixo, travões e rolamentos. Este processo deve ser feito com o automóvel na sua posição de repouso, permitindo assim definir a largura de vias, que deve ser o mais larga possível.

Estando a massa não suspensa definida e na posição pretendida, é então possível determinar a posição da rótula que liga o triângulo inferior à manga de eixo. Esta rótula deve ficar tão afastada quanto possível do *chassis* e o mais próximo possível do solo.

O próximo passo é definir o eixo de *kingpin* e a rótula superior tendo em conta que um ângulo de *kingin* elevado promove camber positivo na roda exterior a uma curva e um ângulo de caster elevado tem um efeito contrário. Deste modo, é conveniente um ângulo de caster suficiente para eliminar o efeito negativo do ângulo de *kingpin*.

Uma vez determinados os pontos de ligação da suspensão com a roda, seguem-se os pontos de ligação com o *chassis*. Estas ligações são determinadas tendo em consideração as características *anti-dive* e *anti-squat*, assim como a taxa de variação de camber que, como foi anteriormente referido, dependem da inclinação do *side view swing axle* e do comprimento do *front view swing arm* respetivamente (2.3.1).

Não sendo o objetivo deste texto determinar a geometria da suspensão e tratando-se de um processo algo complicado, este não será alvo de estudo. No entanto, todo este processo está detalhadamente descrito na referência [5].

3 Processos de Cálculo: Cinemática e Rigidez

Neste capítulo serão demonstrados os processos utilizados na determinação do comportamento cinemático da suspensão em estudo, bem como na determinação da rigidez das molas e eventuais barras anti rolamento que irão limitar a transferência de massas quando o veículo que equipam está sujeito a acelerações longitudinais ou laterais.

Numa primeira abordagem, pretende-se determinar o comportamento cinemático da suspensão, permitindo verificar a variação dos ângulos de camber e convergência/divergência provocados pelo movimento vertical das rodas.

Em seguida, pretende-se determinar a rigidez necessária das molas e barras anti rolamento que permitam satisfazer o equilíbrio dinâmico desejado para o automóvel em questão, o que implica calcular a transferência de massas associada a uma determinada aceleração aplicada ao automóvel.

3.1 *Análise Cinemática*

Quando uma suspensão se move dentro dos seus limites, as restrições cinemáticas e eventuais deformações estruturais que possam surgir vão definir o movimento das rodas.

O modo mais simples de perceber como a geometria da suspensão é alterada devido ao deslocamento vertical das rodas é através de medições feitas diretamente nos seus componentes.

Estas medições são, porém, difíceis de efetuar devido à complexidade das mesmas, sendo mesmo necessário equipamento especializado para o efeito, como o demonstrado na Figura 20.



Figura 20 - Máquina para medição de parâmetros cinemáticos

O equipamento que seria necessário para efetuar este tipo de medições é composto por vários sensores que detetam a posição das rodas e medem o movimento relativo das mesmas em relação à carroçaria. O movimento relativo é imposto pela máquina, através de braços e plataformas movidos por motores elétricos ou hidráulicos [13].

Este método implica a utilização de equipamento muito sofisticado, que ocupa demasiado espaço e com um custo elevado, pelo que não será o mais indicado para o caso em estudo. É então necessário encontrar um método mais simples para resolver este problema.

Neste texto não serão consideradas as variações dimensionais resultantes da deformação dos elementos estruturais por serem consideradas muito pequenas ($<10\%$) [14]. No entanto, num estudo mais detalhado, a deformação deve ser tida em conta.

3.1.1 *Análise Cinemática Simplificada (2D)*

A análise da suspensão a partir apenas da vista frontal pode ser aplicada a qualquer tipo de configuração e disposição, no entanto tal simplificação acarreta erros, podendo ser significativos quando na suspensão estão aplicadas configurações geométricas para garantir o efeito *anti-dive* ou *anti-squat* (2.1.6).

Este modelo é mais adequado a suspensões cuja representação esquemática vista de frente dos triângulos de suspensão resultam, cada uma, numa única reta, ou seja, as articulações que asseguram a fixação de cada triângulo ao *chassis* formam, uma reta paralela ao solo na vista lateral do automóvel. Como resultado, a suspensão de uma roda do tipo *Short-Long Arm* pode ser representada na vista de frente por um par de barras (Figura 21).

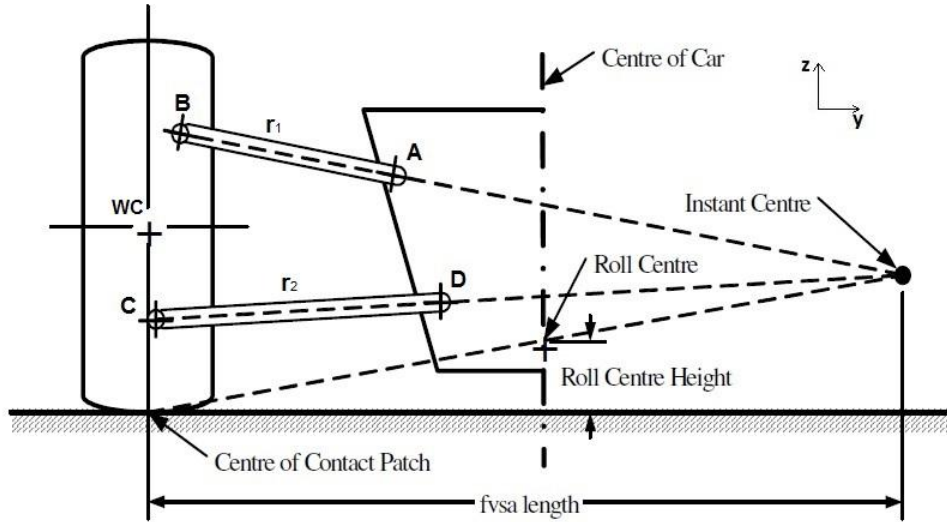


Figura 21 - Modelo de suspensão simplificada (vista de frente)

3.1.1.1 Determinação do Centro Instantâneo de Rotação (IC)

A determinação do IC vai revelar-se de extrema importância no cálculo da taxa de variação de camber. É então importante formular um modelo que permita determinar a posição do IC.

Utilizando um referencial como o ilustrado na Figura 21, devem ser conhecidos em cada instante as coordenadas dos pontos A, B, C e D.

As coordenadas do IC serão determinadas pela intersecção das retas que definem os braços superior (r_1) e inferior (r_2) representados pelas respectivas equações paramétricas:

$$r_1: (y_{IC}; z_{IC}) = (y_B; z_B) + t \cdot [(y_A; z_A) - (y_B; z_B)], t \in \mathbb{R}$$

$$r_2: (y_{IC}; z_{IC}) = (y_C; z_C) + u \cdot [(y_D; z_D) - (y_C; z_C)], u \in \mathbb{R}$$

Da intersecção das retas r_1 com r_2 resulta a equação:

$$y_{IC} = y_C + \frac{y_D - y_C}{z_D - z_C} \cdot (z_{IC} - z_C)$$

Com:

$$z_{IC} = \frac{\frac{(z_A - z_B) \cdot y_B - (y_A - y_B) \cdot z_B}{z_A - z_B} - \frac{(y_D - y_C) \cdot z_C - (z_D - z_C) \cdot y_C}{z_D - z_C}}{\left(\frac{y_D - y_C}{z_D - z_C}\right) - \left(\frac{y_A - y_B}{z_A - z_B}\right)}$$

3.1.1.2 Coordenadas das articulações

Já se verificou que são necessárias as coordenadas dos pontos A, B, C e D da Figura 21 para determinar a posição do IC.

As coordenadas dos pontos das extremidades interiores são consideradas fixas, pelo que deve ser determinada apenas a variação de deslocamento das extremidades exteriores sabendo que os comprimentos dos segmentos de reta AB, BC e CD são constantes.

A obtenção das coordenadas dos pontos B e C pode ser feita recorrendo a um sistema de equações que apenas tem de respeitar o comprimento das ligações, resultando o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \overline{AB}^2 = (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 \\ \overline{CD}^2 = (y_D - y_C)^2 + (z_D - z_C)^2 \\ \overline{BC}^2 = (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 \end{cases}$$

Verifica-se que o sistema apresenta quatro incógnitas (y_B , z_B , y_C e z_C), mas apenas três equações, no entanto, aplicando um deslocamento vertical (segundo z) numa das variáveis, elimina-se uma incógnita.

Porém, o sistema resulta em equações não lineares, que são resolvidas apenas recorrendo a programas de cálculo numérico.

De uma forma mais simples, a posição das rótulas nas extremidades exteriores dos triângulos pode ser calculada considerando que o deslocamento do ponto B na vertical (Δz) tem o mesmo valor que o deslocamento na vertical do ponto C, podendo então o sistema de equações ser resolvido analiticamente para n posições, resultando:

$$z_{B_i} = z_{B_0} + \Delta z, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$z_{C_i} = z_{C_0} + \Delta z, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$y_{B_i} = y_{A_i} + \sqrt{\overline{AB}^2 - (z_{B_i} - z_{A_i})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$y_{C_i} = y_{D_i} + \sqrt{\overline{CD}^2 - (z_{D_i} - z_{C_i})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Esta solução é exata apenas para deslocamentos infinitesimais. Quando aplicada a deslocamentos de maior amplitude, o resultado terá sempre um erro associado. É, porém, uma aproximação aceitável aos resultados pretendidos.

3.1.1.3 Comprimento do front view swing arm (fvsa)

Entende-se como comprimento do *front view swing arm*, a distância medida na horizontal entre o centro da roda e o seu respectivo centro instantâneo de rotação (IC) e pode ser determinado (juntamente com a Figura 21) segundo a seguinte expressão:

$$fvsa = |y_{WC} - y_{IC}|$$

Onde y_{WC} corresponde à posição segundo y do centro da roda (*Wheel Center*) e y_{IC} corresponde à posição do centro instantâneo de rotação segundo o mesmo eixo.

3.1.1.4 Taxa de variação de camber através do fvsa

Como foi visto no capítulo 2.3.1, uma suspensão pode ser representada apenas por um único braço que gira em torno do IC. Então, no instante em que se determina o IC verifica-se uma taxa de variação instantânea do camber que é função do comprimento do *front view swing arm* (fvsa) segundo a seguinte equação:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta z} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{fvsa}\right), \quad [^\circ/mm]$$

Em que:

- $\Delta\phi$ = variação do ângulo de camber ($^\circ$)
- Δz = variação de deslocamento vertical do centro da roda (mm)
- fvsa = comprimento do fvsa (mm)

O resultado desta equação indica o ganho de camber correspondente a um milímetro (1mm) de deslocamento vertical do centro da roda [5]. Quanto maior o comprimento do fvsa, menor será a taxa de variação de camber como se pode deduzir pela Figura 22.

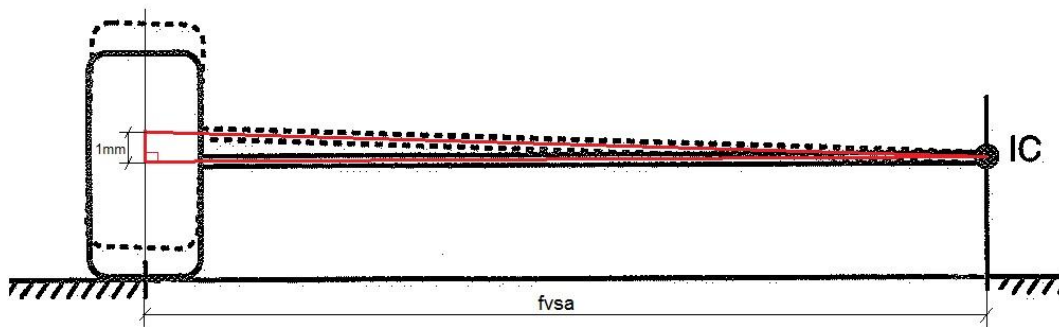


Figura 22 - Variação de camber com deslocamento ascendente da roda

3.1.1.5 Taxa de variação do camber através do ângulo de kingpin

Para além de determinar a taxa de variação de camber recorrendo ao comprimento do *front view swing arm*, pode-se também recorrer à variação do ângulo de *kingpin* (2.1.5.1).

O ângulo de *kingpin* é o ângulo que vetor definido pelas duas rótulas exteriores faz com a vertical (Figura 23) e o camber é definido pelo ângulo que o plano da roda faz com a vertical (2.1.3).

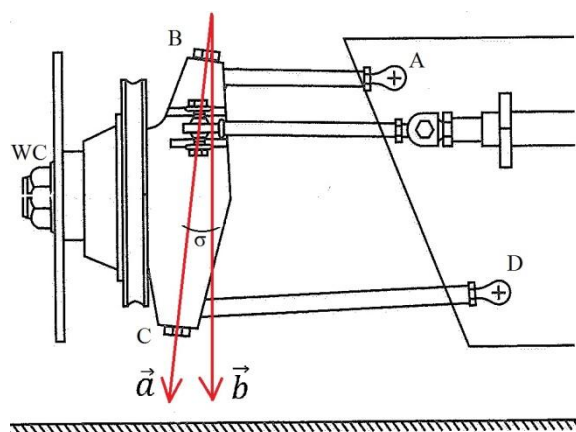


Figura 23 - Representação dos vetores que definem o ângulo de *kingpin*

Sabendo que a roda se move juntamente com a manga de eixo (também definida pelas articulações que definem o *kingpin*), pode-se afirmar que a variação de um ângulo será igual à variação do outro.

Então, sabendo as coordenadas de todos os pontos, é possível calcular o ângulo de *kingpin* (σ_i) para cada instante recorrendo a noções básicas de geometria analítica, resultando a seguinte equação:

$$\cos \sigma_i = \frac{\vec{a}_i \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}_i\| \times \|\vec{b}\|}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

A variação do ângulo de *kingpin* para diferentes posições da roda será igual à diferença do ângulo de camber (ϕ) para n posições semelhantes:

$$\sigma_{i+1} - \sigma_i = \phi_{i+1} - \phi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

O estudo cinemático a duas dimensões utilizando apenas a vista de frente não permite definir mais parâmetros do que o ângulo de camber e de *kingpin*.

Para um estudo mais completo dos parâmetros cinemáticos é necessário abordar o problema no espaço tridimensional. Deste modo é possível determinar detalhadamente o percurso das duas rótulas exteriores de cada roda e, conseqüentemente, apurar todos os parâmetros necessários para definir uma suspensão mais complexa do que a que se abordou neste parágrafo.

3.1.2 Análise Cinemática Completa (3D)

Ao contrário da análise realizada em 3.1.1, uma análise tridimensional permite definir os parâmetros cinemáticos de qualquer tipo de configuração geométrica de uma suspensão.

Embora se trate de um processo mais complexo e de difícil resolução, é cada vez mais utilizado na concepção de suspensões automóveis por se tratar de um método bastante completo na determinação do comportamento de suspensões, permitindo resultados mais satisfatórios que a abordagem bidimensional.

3.1.2.1 Coordenadas das articulações

As suspensões *Short-Long Arm* podem ser representadas de acordo com a Figura 24, onde as linhas representam ligações físicas e as circunferências representam articulações. Os pontos fixos ao *chassis* estão identificados por letras maiúsculas e os pontos que se movem relativamente ao automóvel estão representados por letras minúsculas.

Os pontos “A” e “B” representam as ligações do triângulo superior ao chassis e os pontos “D” e “E” são os seus homólogos do triângulo inferior. Os pontos “c” e “f” representam as ligações da manga de eixo aos triângulos superior e inferior respetivamente. O tirante de direção está representado pelos pontos “G” e “h”, sendo o primeiro representativo da ligação interior e o segundo a ligação exterior. O ponto “i” representa o centro da roda e o ponto “j” representa um ponto igualmente coincidente com o eixo da roda.

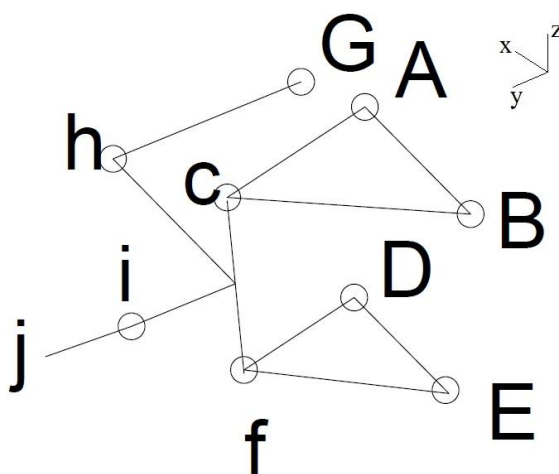


Figura 24 - Representação esquemática de suspensão *Short-Long Arm* (3D)

Para o esquema da Figura 24, as variáveis serão os pontos identificados por letras minúsculas (c, f, h, i, j) que terão, cada uma, três graus de liberdade (x , y , e z), resultando um total de quinze incógnitas.

Para resolver um sistema de equações com quinze incógnitas será necessário achar igual número de equações independentes.

Como as deformações estruturais não são consideradas na abordagem deste problema, considera-se que a manga de eixo (representada pelos pontos c, f, i, h) se trata de um elemento infinitamente rígido e, por essa razão, os pontos “i” e “j” podem ser representados por duas

pirâmides igualmente rígidas com base no plano definido por (c, f, h), como demonstrado na Figura 25 [15].

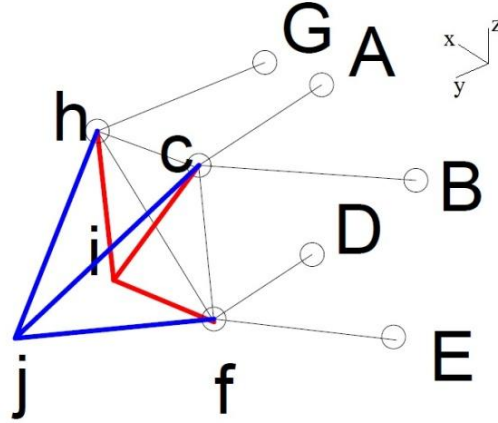


Figura 25 - Representação esquemática das distâncias fixas numa suspensão SLA

Cada linha representada na Figura 25 corresponde a um vetor de comprimento fixo, num total de dezasseis vetores. Dos dezasseis vetores representados, os dois definidos pelos pontos (D,E) e (A,B) são vetores que para além de não variarem em módulo, também não variam em direção, pelo que não serão de grande interesse para o estudo do comportamento cinemático.

Dos restantes catorze vetores resultam os respetivos comprimentos constantes, todos conhecidos:

$$\overline{Ac}, \overline{Bc}, \overline{Df}, \overline{Ef}, \overline{hG}, \overline{cf}, \overline{ch}, \overline{hf}, \overline{ih}, \overline{ic}, \overline{if}, \overline{jh}, \overline{jc}, \overline{jf}$$

Sabendo os respetivos comprimentos destes catorze vetores, podem ser deduzidas catorze equações:

$$\begin{aligned} (x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2 + (z_c - z_A)^2 &= \overline{Ac}^2 \\ (x_c - x_B)^2 + (y_c - y_B)^2 + (z_c - z_B)^2 &= \overline{Bc}^2 \\ (x_f - x_D)^2 + (y_f - y_D)^2 + (z_f - z_D)^2 &= \overline{Df}^2 \\ (x_f - x_E)^2 + (y_f - y_E)^2 + (z_f - z_E)^2 &= \overline{Ef}^2 \\ (x_G - x_h)^2 + (y_G - y_h)^2 + (z_G - z_h)^2 &= \overline{hG}^2 \\ (x_f - x_c)^2 + (y_f - y_c)^2 + (z_f - z_c)^2 &= \overline{cf}^2 \\ (x_h - x_c)^2 + (y_h - y_c)^2 + (z_h - z_c)^2 &= \overline{ch}^2 \\ (x_f - x_h)^2 + (y_f - y_h)^2 + (z_f - z_h)^2 &= \overline{hf}^2 \\ (x_h - x_i)^2 + (y_h - y_i)^2 + (z_h - z_i)^2 &= \overline{ih}^2 \\ (x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2 + (z_c - z_i)^2 &= \overline{ic}^2 \\ (x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2 + (z_f - z_i)^2 &= \overline{if}^2 \\ (x_h - x_j)^2 + (y_h - y_j)^2 + (z_h - z_j)^2 &= \overline{jh}^2 \\ (x_c - x_j)^2 + (y_c - y_j)^2 + (z_c - z_j)^2 &= \overline{jc}^2 \\ (x_f - x_j)^2 + (y_f - y_j)^2 + (z_f - z_j)^2 &= \overline{jf}^2 \end{aligned}$$

Nas catorze equações estão representadas quinze incógnitas, pelo que será necessária uma equação extra que será definida pelo deslocamento vertical (Δz) imposto ao centro da roda. A décima quinta equação será:

$$z_i = \Delta z_i$$

Apesar de ser possível encontrar quinze equações independentes, não é possível determinar uma solução de modo direto pois o sistema de equações determinado não é linear.

Para determinar a posição de cada ponto para diferentes valores de Δz_i , será necessário recorrer a um programa de cálculo numérico, como por exemplo o MATLAB.

3.1.2.2 Variação do ângulo de camber

Depois de determinadas as coordenadas de todos os pontos considerados para diferentes valores de deslocamento, pode-se calcular para cada um deles o ângulo de camber (\emptyset).

Como foi descrito em 2.1.3, o camber é o ângulo medido entre o plano de simetria do veículo e o plano definido pela roda projetado no plano frontal. Utilizando a Figura 24, o camber é equivalente ao ângulo medido entre um versor \vec{k} (0,1,0), paralelo ao eixo horizontal y e o vetor definido pelos pontos “i” e “j”. Como é medido apenas na vista de frente, apenas são necessárias as coordenadas em y e z, resultando a equação:

$$\cos(\emptyset) = \frac{\vec{ij} \cdot \vec{k}}{\|\vec{ij}\| \times \|\vec{k}\|}$$

Que após o devido desenvolvimento pode ser representada como:

$$\emptyset = \cos^{-1} \left[\frac{y_j - y_i}{\sqrt{(y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}} \right].$$

Para cada posição do ponto “j” corresponde um valor \emptyset , pelo que será necessário resolver a equação tantas vezes quantas as posições consideradas. Depois de devidamente agrupados os dados resultantes, pode-se criar por interpolação uma linha de tendência recorrendo a um *software* de tratamento de dados como, por exemplo, o *Microsoft Excel*.

Uma análise à linha de tendência criada permite perceber o comportamento do ângulo de camber em função do deslocamento vertical da roda medido no ponto de contacto do pneu com o solo.

O mesmo processo pode ser utilizado para medir os ganhos de camber com a variação do alinhamento (convergência/divergência) das rodas.(3.1.2.4) Neste caso deve-se variar o ângulo que as rodas fazem com o plano de simetria do automóvel quando visto de cima.

Os dados obtidos devem ser agrupados e analisados e o processo deverá ser repetido para diferentes alturas do centro da roda (ponto “i”).

3.1.2.3 Variação do ângulo de caster

A taxa de variação de caster é definida pelo comprimento do *side view swing arm* (svsa), que por sua vez é função do comprimento e disposição dos triângulos de suspensão.

Existem poucas razões para se pretender que o ângulo de caster varie com o deslocamento das rodas. Porém tal facto é difícil de controlar, pois a variação normalmente verificada é resultado da definição de outros parâmetros que determinam o comprimento dos triângulos de suspensão.

É normal aceitar-se a variação verificada, mas convém sempre garantir que esta variação é tão pequena quanto possível de modo a garantir uma igualmente pequena variação do alinhamento das rodas quando estas se moverem na vertical.

O método de cálculo para a variação do ângulo de caster é muito semelhante ao método utilizado para apurar a variação do ângulo de camber, diferindo apenas na vista que se utiliza. Se no caso do ângulo de camber se utiliza a vista de frente, o cálculo do ângulo de caster é realizado utilizando a vista lateral do automóvel (Figura 26).

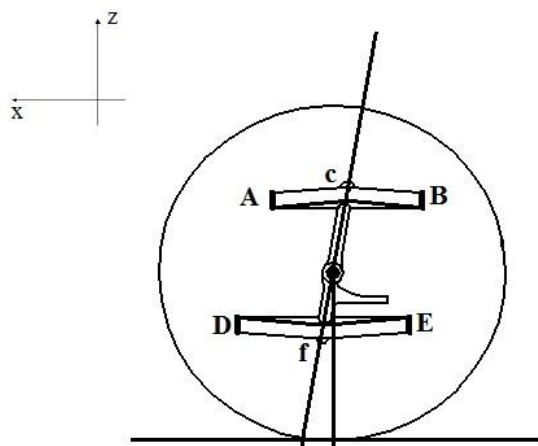


Figura 26 - Representação do ângulo de caster (vista lateral)

Sabendo as coordenadas dos pontos “c” e “f” para cada posição da roda, é possível calcular o ângulo de caster (ρ) do mesmo modo que se calculou o ângulo de camber, mas neste caso utilizando as coordenadas em x e em z, como demonstrado na seguinte equação:

$$\rho = \cos^{-1} \left[\frac{z_f - z_c}{\sqrt{(x_f - x_c)^2 + (z_f - z_c)^2}} \right]$$

O processo deve ser repetido para diferentes posições da roda. O resultado serão vários pontos discretos que devem ser aproximados por uma função polinomial que relacione o ângulo de caster com a disposição vertical da roda.

3.1.2.4 Variação da convergência/divergência

A variação do alinhamento das rodas resultante do movimento ascendente/descendente das rodas, apesar de ser praticamente inevitável, é normalmente indesejável. Quando uma roda

passa sobre uma lomba, ou quando a carroçaria se inclina numa curva, o alinhamento das rodas altera-se, alterando também a trajetória do automóvel sem que o condutor nada tenha feito para isso[5].

A alteração do alinhamento com o deslocamento das rodas trata-se de um parâmetro que é função da geometria da suspensão e da geometria do sistema de direção, pelo que uma correta disposição dos diversos componentes pode eliminar este efeito indesejado.

Para conseguir minimizar a variação da convergência/divergência com o deslocamento vertical das rodas, deve garantir-se que o tirante de direção esteja alinhado com o centro instantâneo de rotação (IC) e que o seu comprimento seja limitado pela distância que separa as retas s e t da Figura 27 no local onde está colocado o tirante de direção (pontos “h” e “G”) [16].

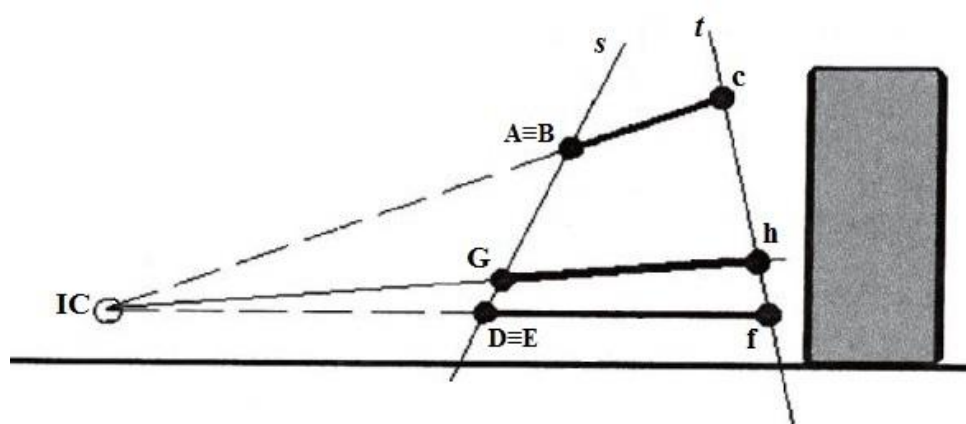


Figura 27 - Determinação da posição e comprimento do tirante de direção

Este processo não garante que o alinhamento das rodas se mantenha constante, mas quando bem executado garante resultados muito satisfatórios, tornando a variação do alinhamento quase nula [16].

A caracterização deste parâmetro poderia ser feita aplicando diretamente instrumentos de medição à roda, medido a variação do ângulo de convergência/divergência enquanto se impunha movimento vertical com o auxílio de um macaco.

Porém, tendo a posição relativa de cada articulação, a caracterização da variação do alinhamento pode ser feita recorrendo à Figura 24 e à seguinte equação:

$$\mu = \cos^{-1} \left[\frac{y_j - y_i}{\sqrt{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2}} \right]$$

O método de obtenção desta equação é semelhante ao método utilizado na medição dos ângulos de camber e caster, sendo neste caso utilizados os pontos “i” e “j” na vista de cima e utilizando apenas as coordenadas desses pontos nos eixos x e y .

3.2 *Rigidez das Molas e Barras Anti Rolamento*

A principal razão que levou à introdução de molas nas suspensões de veículos foi para eliminar as vibrações resultantes das irregularidades da superfície por onde estes circulavam.

Ainda hoje é essa a principal razão pela introdução de elementos elásticos como parte integrante das suspensões mas, atualmente, as molas que equipam as suspensões dos automóveis, particularmente os destinados à competição, têm que ser capazes de garantir outras características ao veículo que equipam.

As molas, para além de isolarem o veículo das irregularidades do solo, têm também que garantir que o movimento da massa suportada por elas está limitado a determinados valores, de modo a evitar transferência de cargas exageradas. É, no entanto, impossível garantir que ambas as funções sejam cumpridas pois o melhoramento do isolamento às vibrações (molas pouco rígidas) consegue-se à custa de um menor controlo sobre o movimento da massa suspensa e vice-versa.

É então necessário encontrar um compromisso entre bom controlo do movimento da massa suspensa e bom isolamento às vibrações. No caso dos automóveis desportivos, tende-se a preferir um melhor controlo sobre o movimento da massa suspensa em detrimento de um bom isolamento.

No entanto, a rigidez necessária para que as molas garantam o comportamento dinâmico pretendido acaba por ser demasiado elevada, não garantindo o isolamento desejado.

A solução para resolver este problema será a introdução de configurações geométricas na suspensão para promover o *anti-dive* e o *anti-squat* (2.1.6), que limitam o movimento longitudinal da massa suspensa, e a introdução de barras anti rolamento que, como o próprio nome indica, limitam o rolamento da massa suspensa. Deste modo é possível controlar o movimento da massa suspensa utilizando molas menos rígidas que permitem isolar mais eficazmente as vibrações provenientes das irregularidades da estrada.

Sabendo a função das molas e das barras anti rolamento, segue-se o processo de cálculo utilizado.

Todo o processo de projeto de uma suspensão resulta de um processo iterativo, em que a solução inicial é aproximada por um conjunto de fórmulas e equações. Estas equações devem ser formuladas de maneira a respeitarem um determinado número de restrições que se esperam alcançar, como por exemplo o curso da suspensão, a frequência natural de vibração, o ângulo máximo de rolamento, entre outros.

Depois de determinada a solução inicial, uma série de testes deve ser efetuado. No caso de os resultados não serem os esperados, pequenas alterações devem ser efetuadas na solução inicialmente proposta. Todo o processo deve ser repetido até se obterem resultados satisfatórios

É este o objetivo deste estudo: determinar a rigidez das molas e barras estabilizadoras que será utilizada para iniciar o processo iterativo de construção e afinação de uma suspensão automóvel.

3.2.1 Pressupostos e Simplificações

Uma das razões que define o processo de conceção de uma suspensão como um processo iterativo é o facto de todo o processo de cálculo se basear em simplificações. Deste modo, os resultados obtidos através dos processos analíticos utilizados serão também aproximados, sendo necessários melhoramentos posteriores efetuados após teste em situação real.

Ao longo dos seguintes capítulos, a não ser que seja indicado algo em contrário, serão assumidos os seguintes pressupostos e simplificações:

- O camber das rodas não varia com o deslocamento vertical das mesmas;
- Assume-se que o camber se mantém a zero graus (0°);
- Pneus não sofrem deformação lateral;
- Distribuição de massas simétrica no lado esquerdo e direito do veículo;
- O movimento de uma roda não tem influência no movimento das outras;
- As cargas aerodinâmicas não são consideradas;
- Considerada apenas aceleração longitudinal **ou** lateral;
- Acelerações consideradas constantes;
- Parâmetros relacionados com a rigidez considerados lineares (*Roll Rate*, *Ride Rate*...);
- Dimensões do automóvel consideradas constantes (distância entre vias, altura do CG, largura de vias...);
- *Chassis* e elementos estruturais considerados infinitamente rígidos.

Apesar da utilização de aproximações, pretende-se sempre que estas sejam o mais próximas da realidade possível. Um primeiro resultado muito longe do ideal obriga a mais iterações e consequentemente a mais testes.

Como qualquer projeto, este pretende-se que seja o menos dispendioso possível, pelo que um elevado número de iterações obrigaria a um maior custo.

3.2.2 Rácios de Rigidez

Apesar de se pretender calcular a rigidez das molas é necessário compreender outros rácios importantes para a determinação da rigidez total que a suspensão proporciona.

Os rácios de rigidez relacionam uma força com o respetivo deslocamento associado e são normalmente identificados pela sua designação inglesa. Os rácios podem ser classificados como:

- **K_s - *Spring Rate*:** relaciona força por unidade de deslocamento e, para molas helicoidais é medida axialmente. As unidades utilizadas são normalmente o N/mm.
- **K_w - *Wheel Center Rate*:** é um parâmetro que mede a força vertical por unidade de deslocamento vertical do centro da roda medido relativamente ao *chassis*. O valor deste parâmetro é normalmente inferior ao valor da rigidez da mola devido à relação de instalação, IR (3.2.3).
- **K_T - *Tire Rate*:** parâmetro que mede a força vertical por unidade de deslocamento vertical do pneu quando este está sujeito à sua carga de serviço. É outra forma de designar a rigidez do pneu. Normalmente, a rigidez dos pneus é muito superior (5 a 6 vezes mais) que a rigidez das molas [4].

- **K_R - Ride Rate:** mede a força necessária, na vertical, por unidade de deslocamento vertical relativamente ao chassis, do ponto de contacto do pneu com o solo. Pode ser visto como um parâmetro de rigidez igual ao *wheel center rate* modificado pela rigidez do pneu. Como o pneu não é infinitamente rígido, o *ride rate* é sempre inferior ao *wheel center rate*.
- **K_ϕ - Roll Rate:** representa o momento resistente por grau de rolamento da massa suspensa. Pode ser aplicado ao eixo dianteiro, ao eixo traseiro ou ao automóvel completo e é medido segundo as unidades Nm/°. A resistência ao rolamento provém da largura de vias, do *ride rate* de cada roda e das barras anti rolamento.

3.2.3 Relação de Instalação

A Relação de Instalação, IR (*Installation Ratio*), é um conceito geométrico que relaciona a variação de comprimento de uma mola com a variação do deslocamento vertical da roda a que esta está associada. Pode ser aplicada a qualquer tipo de molas ou mesmo a amortecedores ou barras anti rolamento.

De uma forma esquemática, este parâmetro pode ser ilustrado por uma suspensão do tipo *Trailing Arm* (2.2.2.2), como ilustrado na Figura 28, onde o braço de suspensão roda em torno do ponto “P”.

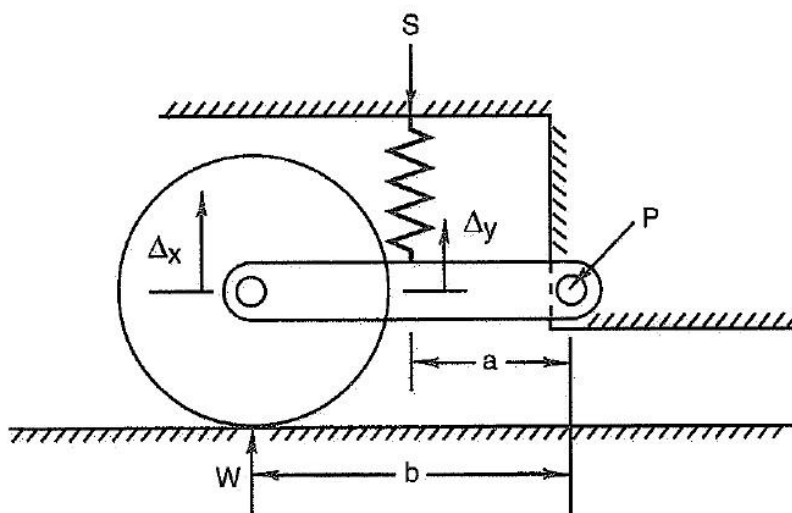


Figura 28 - Relação de Instalação para *Trailing Arm*

Como se pode verificar na imagem, a mola atua sobre o braço a uma distância “a” do ponto “P” e o centro da roda dista deste ponto uma quantidade “b”. Devido à diferença das distâncias “a” e “b”, quando se desloca a roda na vertical uma quantidade Δx , a mola deforma-se uma quantidade Δy .

A relação de instalação é definida pela variação de comprimento da mola pela variação de deslocamento da roda, ou $\Delta y/\Delta x$. Se “b” for o dobro de “a”, então Δy é metade de Δx e a força aplicada em “W” será metade da força aplicada em “S”.

A relação entre a rigidez da mola e o *Wheel Center Rate* pode ser deduzida através das seguintes equações:

$$IR = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a}{b}$$

$$F_w = \frac{a}{b} \cdot F_s$$

$$F_s = K_s \cdot \Delta y$$

$$K_w = \frac{F_w}{\Delta x} \Leftrightarrow K_w = K_s \cdot (IR)^2$$

3.2.4 Transferência de Massas

O principal objetivo da suspensão de um automóvel desportivo é garantir que a transferência de cargas será controlada de forma a permitir que os pneus proporcionem a maior aderência possível. Para isso é necessário que os pneus estejam em permanente contacto com o solo e que a área de contacto seja a maior possível.

Para garantir a maior área de contacto possível é necessário que o ângulo de camber da roda seja convenientemente configurado de modo a manter as rodas perpendiculares ao solo. Mas manter um ângulo perfeito da roda de nada vale se esta não estiver em contacto com o solo.

Para manter as rodas em permanente contacto com o solo é necessário garantir que a suspensão seja suficientemente rígida para limitar a transferência de massas, mas que não seja tão resistente ao ponto de provocar forças de elevação (efeito de *jacking* 2.3.2.1) quando sujeito a acelerações laterais muito elevadas.

A transferência de massas depende de vários fatores, sendo um dos mais importantes a largura de vias, para a transferência lateral e a distância entre vias para a transferência longitudinal. Em ambos os casos, quanto maior for a distância, menor será a transferência de massas.

Como normalmente a distância entre vias é muito superior à largura de vias, torna-se mais crítica a transferência lateral de massas, pelo que será dada prioridade a esta última. Satisfeitas as condições para a transferência lateral, estarão à partida também garantidas as condições para a transferência longitudinal.

3.2.5 Roll Rate

Quando um automóvel percorre uma curva, a carroçaria tende a rodar sobre o eixo de rolamento (2.3.2.2).

Para a mesma curva, quanto maior for a velocidade do veículo, maior será a aceleração lateral e, quanto maior for a aceleração lateral, mais a carroçaria rola sobre o eixo de rolamento.

O *Roll Rate* é o parâmetro que limita a rotação da carroçaria. Este deve ser dimensionado de modo a permitir que a carroçaria rode apenas o necessário, garantindo o *camber* ideal para os pneus terem a maior área possível em contacto com o solo.

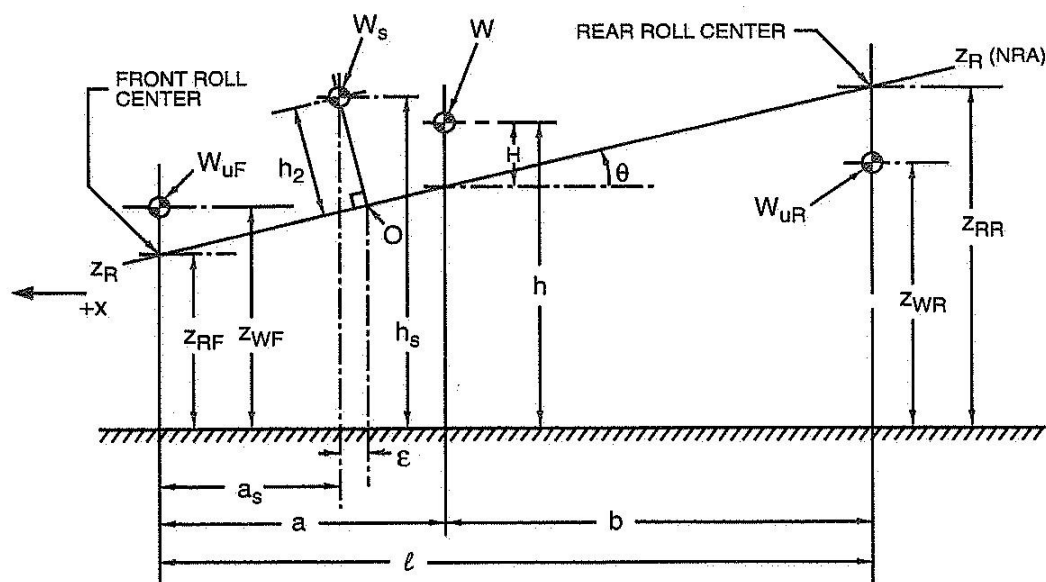


Figura 29 - Geometria para transferência lateral de massa

O momento resultante no eixo de rolamento provocado pela aceleração lateral da massa suspensa pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$M_{\emptyset} = W_s \cdot g \cdot A_y \cdot h_2$$

Com:

- M_ϕ : Momento de rolamento (Nm);
- W_s : Massa suspensa (kg)
- g : Aceleração da gravidade (m/s^2)
- A_y : Aceleração lateral (g)
- h_2 : Distância entre o centro de gravidade da massa suspensa e o eixo de rolamento (m)

Sabendo o momento de rolamento resultante é possível determinar o *Roll Rate* necessário para limitar o rolamento total pretendido:

$$K_{\emptyset} = \frac{M_{\emptyset}}{\emptyset}$$

Onde:

- K_{ϕ} : Roll Rate (Nm/°)
- ϕ : Rolamento máximo pretendido (°)

O *Roll Rate* total resulta da soma algébrica entre o *Roll Rate* da via dianteira ($K_{\phi F}$) e o *Roll Rate* da via traseira ($K_{\phi R}$), sendo estes quase sempre diferentes um do outro.

O cálculo de $K_{\phi F}$ e $K_{\phi R}$ resulta de uma combinação de fatores [5] que resultam nas equações:

$$\frac{W_{TF}}{A_y} = \frac{W_s}{t_F} \cdot \left[\frac{h_2 \cdot K'_{\phi F}}{K_{\phi F} + K_{\phi R} - W_s \cdot g \cdot h_2} + \frac{\ell - a_s}{\ell} \cdot z_{RF} \right] + \frac{W_{uF}}{t_F} \cdot z_{WF}$$

$$K'_{\phi F} = K_{\phi F} - (\ell - a_s) \cdot \frac{W_s \cdot g \cdot h_2}{\ell}$$

$$\frac{W_{TR}}{A_y} = \frac{W_s}{t_R} \cdot \left[\frac{h_2 \cdot K'_{\phi R}}{K_{\phi F} + K_{\phi R} - W_s \cdot g \cdot h_2} + \frac{a_s}{\ell} \cdot z_{RR} \right] + \frac{W_{uR}}{t_R} \cdot z_{WR}$$

$$K'_{\phi R} = K_{\phi R} - a_s \cdot \frac{W_s \cdot g \cdot h_2}{\ell}$$

$$K_{\phi} = K_{\phi F} + K_{\phi R}$$

Nas equações acima, os índices “F” e “R” indicam que o parâmetro se refere à via dianteira ou à via traseira respetivamente. As restantes incógnitas representam:

- W_{TF} e W_{TR} : massa transferida (kg)
- t_F e t_R : largura de via (m)
- ℓ : distância entre vias (m)
- a_s : distância na horizontal entre a via dianteira e o CG da massa suspensa (m)
- z_{RF} e z_{RR} : altura do centro de rolamento (m)
- z_{WF} e z_{WR} : altura do CG da massa não suspensa (m)

No conjunto de equações demonstradas surgem quatro variáveis aparentemente desconhecidas: W_{TF} , W_{TR} , $K_{\phi F}$ e $K_{\phi R}$. Porém, as variáveis correspondentes às massas transferidas (W_{TF} e W_{TR}) deverão ser equivalentes às cargas estáticas em cada roda. Deste modo, mesmo transferindo massa de um lado para o outro, garante-se que existe sempre uma carga descendente nas rodas, mantendo-as em contacto permanente com o solo evitando assim o efeito de *jacking*.

Por exemplo: considerando um automóvel com as cargas estáticas à esquerda (W_1) e à direita (W_2) e com uma massa transferida (W_{TF}) resultante de uma curva à esquerda. Como se sabe, numa curva a massa transfere-se da roda interior para a roda exterior, sendo neste caso a roda direita que ficaria sujeita a uma redução de carga. Garantindo que a carga transferida nunca será superior à carga estática, garante-se também que a resultante dos esforços na roda interior seja sempre positiva. Deste modo as forças aplicadas na roda obrigam-na a estar sempre em contacto com o solo.

$$W_2 - W_{TF} \geq 0$$

Sendo as variáveis W_{TF} e W_{TR} definidas, as equações determinadas acima podem ser manipuladas de modo a obter-se um sistema não linear de duas equações com duas incógnitas, $K_{\phi F}$ e $K_{\phi R}$:

$$\begin{cases} K_{\phi F} = \frac{K_{\phi F} + K_{\phi R} - W_s \cdot g \cdot h_2}{h_2} \cdot \left[\frac{t_F}{W_s} \cdot \left(\frac{W_{TF}}{A_y} - \frac{W_{uF}}{t_F} \cdot z_{WF} \right) - \frac{\ell - a_s}{\ell} \cdot z_{RF} \right] + \frac{(\ell - a_s) \cdot W_s \cdot g \cdot h_2}{\ell} \\ K_{\phi R} = \frac{K_{\phi F} + K_{\phi R} - W_s \cdot g \cdot h_2}{h_2} \cdot \left[\frac{t_R}{W_s} \cdot \left(\frac{W_{TR}}{A_y} - \frac{W_{uR}}{t_R} \cdot z_{WR} \right) - \frac{a_s}{\ell} \cdot z_{RR} \right] + \frac{a_s \cdot W_s \cdot g \cdot h_2}{\ell} \end{cases}$$

3.2.6 Rigidez das molas

A rigidez das molas terá que ser suficiente para, sozinha ou com o auxílio das barras anti rolamento, permitir que a suspensão consiga atingir o *Roll Rate* calculado em 3.2.5.

A rigidez das molas está relacionada com os outros rácios de rigidez referidos em 3.2.2 e, como tal, determina-se recorrendo ao encadeamento de relações existente entre eles.

Partindo do *Roll Rate* consegue-se determinar o *Ride Rate* (K_R) nas vias dianteira e traseira através das equações deduzidas em [4]:

$$K_{RF} = \frac{2 \cdot K_{\phi F}}{t_F^2} \cdot \frac{360}{2\pi}$$

$$K_{RR} = \frac{2 \cdot K_{\phi R}}{t_R^2} \cdot \frac{360}{2\pi}$$

O segundo termo destas equações ($360/2\pi$) permite converter as unidades do *Roll Rate* de $Nm/^\circ$ para Nm/rad , tornando as unidades das variáveis utilizadas compatíveis umas com as outras, sendo o resultado expresso nas unidades N/m .

O próximo passo será determinar o parâmetro *Wheel Center Rate* relacionando-o com o *Ride Rate*. Esta associação pode ser feita recorrendo à noção de rigidez equivalente de duas molas em série [17] como ilustrado na Figura 30, onde o *Ride Rate* será a resistência equivalente à associação do *Wheel Center Rate* com o *Tire Rate*.

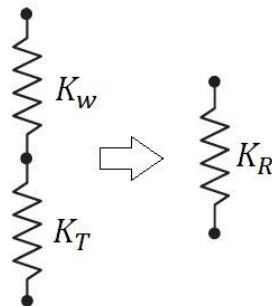


Figura 30 - Conceito de rigidez equivalente

A equação que relaciona a rigidez equivalente com os elementos associados pode ser manipulada de modo a obter-se o *Wheel Center Rate*, pois as outras duas variáveis (K_R e K_T) supõem-se conhecidas.

$$K_R = \frac{K_w \cdot K_T}{K_w + K_T}$$

Que após apropriada manipulação poderá ser representada do seguinte modo:

$$K_w = \frac{K_R \cdot K_T}{K_T - K_R}$$

Este processo deverá ser realizado em separado para a via dianteira e para a via traseira.

Depois de determinado o *Wheel Center Rate*, pode-se finalmente calcular a rigidez das molas, desde que seja conhecida a relação de instalação (IR), num processo semelhante ao determinado em 3.2.3.

$$K_s = \frac{K_w}{(IR)^2}$$

Virtualmente é possível calcular molas suficientemente rígidas que garantam o *Roll Rate* pretendido, porém a rigidez das molas pode ser de tal modo elevada que resulta em frequências de vibração acima das desejáveis.

A frequência de vibração é função da massa suspensa e da rigidez da estrutura que a suporta que, neste caso, será o *Ride Rate*, parâmetro determinante no cálculo da rigidez das molas.

$$\omega_F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{RF}}{W_{SF}/2}}$$

$$\omega_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{RR}}{W_{SR}/2}}$$

Com:

- ω_F e ω_R : frequência de vibração na via dianteira e na via traseira respetivamente (Hz)
- W_{SF} e W_{SR} : massa suspensa na via dianteira e na via traseira respetivamente (kg)

Se as frequências resultantes respeitarem os limites impostos, o *Roll Rate* poderá ser assegurado apenas pelas molas. Caso contrário, terão que ser adicionadas barras anti rolamento de modo a permitir baixar a rigidez das molas e consequentemente a frequência de vibração.

Para além das limitações de vibração, as molas também têm que garantir uma rigidez que limite o curso da suspensão para valores que impeçam o contacto do chassis com o solo ou com os batentes de fim de curso da suspensão.

O curso da suspensão pode então ser obtido através do *Ride Rate* (K_R) e da variação de carga esperada nessa roda (ΔW_T), resultando a equação:

$$\Delta z_i = \frac{\Delta W_T}{K_R} \cdot g$$

3.2.7 Rigidez das Barras Anti Rolamento

As barras anti rolamento, como o próprio nome indica, limitam o rolamento da carroçaria quando esta está sujeita a acelerações laterais. A principal vantagem deste elemento é a possibilidade de aumentar a rigidez ao rolamento (*Roll Rate*) sem aumentar a rigidez das molas.

Devem ser inseridas na suspensão apenas quando as molas não forem suficientemente rígidas para garantir que o curso da suspensão esteja dentro dos limites determinados, pois seria desaconselhável a introdução de mais um elemento para aumentar o peso e a complexidade do automóvel.

Em 3.2.6 foi calculada a rigidez das molas para uma suspensão sem barras anti rolamento, mas deste modo nem sempre será possível controlar a frequência de vibração da suspensão.

Introduzindo barras anti rolamento torna-se possível utilizar molas com uma rigidez que limita a frequência de vibração mas que proporciona um *Roll Rate* menor do que o desejado. O que faltar em rigidez ao rolamento por parte das molas será garantido pela rigidez das barras anti rolamento.

Então, para calcular a rigidez das barras anti rolamento, é necessário voltar a calcular a rigidez das molas que irão acompanhar as barras na constituição da suspensão, mas desta vez a rigidez das molas será limitada pela frequência de vibração e não pelo *Roll Rate* ao contrário do efetuado em 3.2.6.

Depois de calculada a rigidez das molas, determina-se o *Roll Rate* por estas produzido. A diferença entre este valor e o valor desejado será proporcionado pelas barras estabilizadoras.

Então, o primeiro passo será definir a frequência de vibração máxima em Hz que se pretende atingir na via dianteira (ω_F) e na via traseira (ω_R).

Em seguida, tendo em conta as frequências desejadas, determina-se o *Ride Rate* (dianteiro e traseiro) resultante dessas frequências tendo em conta a massa suportada.

$$K_{RF} = \frac{W_{SF}}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot \omega_F)^2$$

$$K_{RR} = \frac{W_{SR}}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot \omega_R)^2$$

O *Wheel Center Rate* e a rigidez das molas (*Spring Rate*) são calculados utilizando a mesma metodologia de 3.2.6, mas utilizando o novo *Ride Rate* calculado.

$$K_w = \frac{K_R \cdot K_T}{K_T - K_R}$$

$$K_s = \frac{K_w}{(IR)^2}$$

Segue-se a determinação do *Roll Rate* proporcionado apenas pelas molas, que é determinado de acordo com as equações:

$$K_{\phi m_F} = \frac{2\pi}{360} \cdot \frac{t_F^2 \cdot K_{RF}}{2}$$

$$K_{\phi m_R} = \frac{2\pi}{360} \cdot \frac{t_R^2 \cdot K_{RR}}{2}$$

Onde $K_{\phi m_F}$ e $K_{\phi m_R}$ representam o *Roll Rate* proporcionado pelas molas dianteiras e traseiras respectivamente medido em Nm/°.

Se $K_{\phi m_F}$ e $K_{\phi m_R}$ forem inferiores a $K_{\phi F}$ e $K_{\phi R}$, calculados em 3.2.5, então será necessário adicionar barras anti rolamento para completar a rigidez ao rolamento em falta.

$$K_{\phi B_F} = K_{\phi F} - K_{\phi m_F}$$

$$K_{\phi B_R} = K_{\phi R} - K_{\phi m_R}$$

Onde $K_{\phi B_F}$ e $K_{\phi B_R}$ representam a rigidez das barras anti rolamento dianteira e traseira medida em Nm/°.

4 Resultados Obtidos

Pretende-se neste capítulo demonstrar e analisar os resultados obtidos através dos cálculos e metodologias enunciadas no capítulo 3.

Numa primeira parte serão demonstrados os resultados referentes às propriedades cinemáticas da suspensão, descrevendo assim as relações e variações geométricas que advêm do movimento relativo entre as rodas e a carroçaria do automóvel.

Em seguida será determinada a rigidez das molas e barras anti rolamento que irão dar início ao processo de aperfeiçoamento da rigidez da suspensão. É pouco provável que os resultados obtidos sejam os resultados finais, mas pretende-se determinar a melhor solução possível.

Para além da análise de resultados, serão também demonstradas algumas particularidades utilizadas no processo de cálculo e possíveis soluções alternativas que poderiam conduzir a resultados mais apropriados.

4.1 Propriedades Cinemáticas

Na determinação das propriedades cinemáticas do automóvel é importante definir algumas articulações. Por comodidade, será mais fácil designar estas articulações por letras sendo então adotada para esta secção a designação descrita em 3.1.1.2 ilustrada na Figura 31.

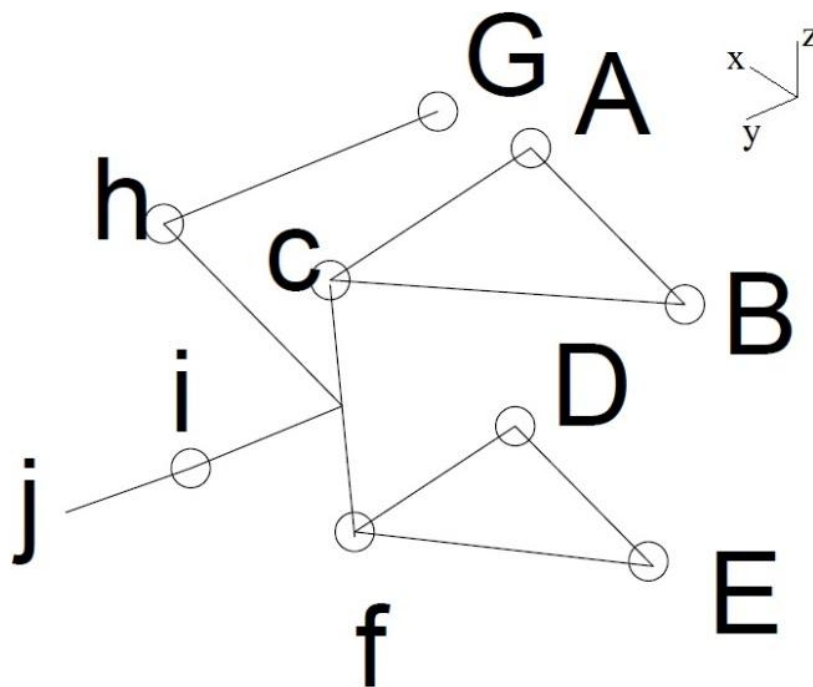


Figura 31 - Representação esquemática de suspensão Short-Long Arm (3D)

4.1.1 Aquisição de Dados

Para obter os parâmetros cinemáticos pretendidos, são necessários alguns dados do automóvel estudado, nomeadamente a disposição geométrica dos elementos estruturais que compõem a suspensão.

A obtenção dos dados da suspensão estudada foi feita através da análise do esquema de construção do automóvel em *SolidWorks*, no entanto, a representação adotada para este estudo, apesar de baseada no mesmo esquema de montagem e de utilizar o mesmo *software*, será feita em dois módulos: um para a via dianteira e outro para a via traseira, sendo ambos representados em referenciais diferentes. Por se tratar de um veículo simétrico, será também representado apenas o lado direito de cada via (Figura 32).

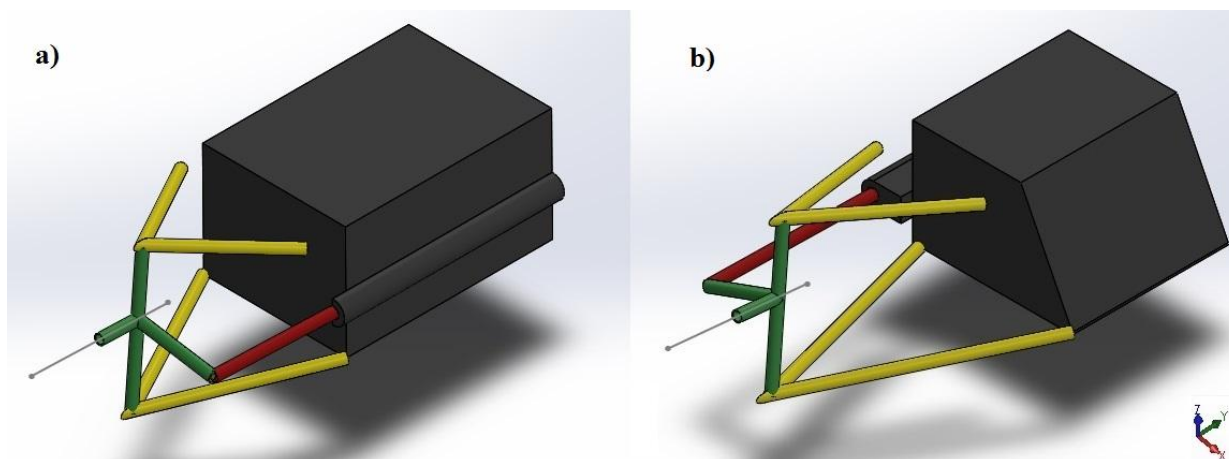


Figura 32- Representação esquemática da suspensão: a) Traseira direita; b) Frente direita

Então, para o respectivo referencial, a suspensão dianteira e traseira na sua posição de referência pode ser representada por um conjunto de coordenadas apresentadas na Tabela 1 e Tabela 2 respectivamente.

Tabela 1 - Coordenadas relativas dos pontos da suspensão dianteira (posição de referência)

	A	B	c	D	E	f	G	h	i
x	-27,62	206,95	52,67	-12,78	318,61	84,19	-87,75	-87,78	65,95
y	453,53	455,40	736,86	376,22	375,78	793,62	401,58	759,19	850,74
z	336,49	350,38	386,04	120,13	125,01	100,63	193,56	200,3	265,74

Tabela 2 - Coordenadas relativas dos pontos da suspensão traseira (posição de referência)

	A	B	c	D	E	f	G	h	i
x	-31,81	245,78	95,36	-55,72	262,11	110,57	264,02	264,02	102,29
y	389,35	389,35	598,49	319,35	319,35	640,09	349,01	611,38	700,85
z	327,12	312,58	349,62	76,09	76,10	60,79	179,57	188,56	223,30

4.1.2 Variação de Camber com Deslocamento Vertical da Roda

Quando o centro da roda se movimenta relativamente ao chassis, a posição de todos os pontos que não estão fixos ao automóvel pode variar. Essa variação de posição pode também implicar a variação do valor de alguns parâmetros.

Apesar de ser possível determinar a disposição de todos os pontos recorrendo à solução de um sistema de equações não lineares resolvido com o auxílio de um *software* de simulação numérica, como indicado em 3.1.2.1, a variação da localização será efetuada através da verificação direta no *software SolidWorks*.

Para determinar a variação do ângulo de camber será então aplicado o método descrito em 3.1.2.2, medindo para diferentes alturas do centro da roda a posição dos pontos relevantes para a medição que se pretende efetuar.

Foi então efetuada a variação da altura do centro da roda (ponto “i” segundo a Figura 31) com dez (10) incrementos de cinco milímetros (5mm) no sentido ascendente e outros tantos no sentido descendente, originando vinte grupos de valores diferentes mais um grupo correspondente à posição de referência. Os resultados estão apresentados na Tabela 3 e na Tabela 4.

Tabela 3 - Coordenadas dos pontos "i" e "j" para diferentes deslocamentos verticais da roda dianteira

Δz_i (mm)	i	J	Δz_i (mm)	i	j	Δz_i (mm)	i	j
50	64,30	63,02	15	65,43	64,00	-20	66,68	65,25
	844,10	992,93		849,47	998,75		851,47	1 001,06
	315,74	334,40		280,74	295,31		245,74	256,79
45	64,45	63,14	10	65,60	64,16	-25	66,87	65,45
	845,08	993,98		849,96	999,30		851,48	1 001,10
	310,74	328,78		275,74	289,78		240,74	251,33
40	64,61	63,27	5	65,78	64,33	-30	67,06	65,66
	845,98	994,96		850,38	999,77		851,43	1 001,08
	305,74	323,17		270,74	284,25		235,74	245,88
35	64,77	63,41	0	65,95	64,51	-35	67,26	65,87
	846,82	995,86		850,74	1 000,17		851,30	1 000,98
	300,74	317,57		265,74	278,74		230,74	240,44
30	64,93	63,55	-5	66,13	64,69	-40	67,45	66,09
	847,58	996,69		851,02	1 000,50		851,11	1 000,82
	295,74	311,99		260,74	273,24		225,74	235,01
25	65,09	63,69	-10	66,31	64,87	-45	67,65	66,31
	848,28	997,45		851,24	1 000,75		850,85	1000,58
	290,74	306,42		255,74	267,74		220,74	229,59
20	65,26	63,84	-15	66,50	65,06	-50	67,85	66,53
	848,91	998,14		851,39	1 000,94		850,51	1 000,27
	285,74	300,86		250,74	262,26		215,74	224,18

Tabela 4 - Coordenadas dos pontos "i" e "j" para diferentes deslocamentos verticais da roda traseira

Δz_i (mm)	i	j	Δz_i (mm)	i	j	Δz_i (mm)	I	j
50	103,45 693,54 273,3	103,37 843,15 284,1	15	102,68 699,63 238,3	102,87 849,48 245,00	-20	101,71 701,18 203,30	101,89 851,14 206,85
45	103,35 694,69 268,30	103,33 844,35 278,40	10	102,55 700,13 233,30	102,76 850,00 239,50	-25	101,56 701,04 198,30	101,71 851,00 201,46
40	103,25 695,75 263,30	103,28 845,45 272,80	5	102,42 700,54 228,30	102,64 850,43 234,01	-30	101,41 700,79 193,30	101,52 850,77 196,10
35	103,15 696,71 258,30	103,22 846,45 267,20	0	102,29 700,85 223,30	102,51 850,76 228,55	-35	101,25 700,46 188,30	101,33 850,44 190,75
30	103,03 697,58 253,30	103,15 847,35 261,60	-5	102,15 701,07 218,30	102,37 851,00 223,10	-40	101,08 700,03 183,30	101,12 850,01 185,41
25	102,92 698,36 248,30	103,07 848,16 256,10	-10	102,01 701,20 213,30	102,22 851,14 217,66	-45	100,92 699,50 178,30	100,90 849,49 180,09
20	102,80 699,04 243,30	102,97 848,87 250,50	-15	101,86 701,24 208,30	102,06 851,19 212,25	-50	100,75 698,88 173,30	100,68 848,87 174,79

Como foi descrito em 3.1.2.1, os pontos “i” e “j” representam um eixo de rotação da roda e, quando visto de frente, permite determinar o respectivo ângulo de camber para uma determinada posição da roda (3.1.2.2).

No entanto, a equação formulada não permite diferenciar os ângulos positivos dos ângulos negativos. Para o fazer, verifica-se se o ponto “j” está acima do ponto “i” (camber negativo) e vice-versa, que é equivalente a multiplicar o resultado da equação formulada em 3.1.2.2 pelo resultado da seguinte relação que assume apenas valores unitários positivos ou negativos:

$$\frac{(z_j - z_i)}{|z_j - z_i|}$$

São esses resultados que se podem observar na Tabela 5 e no Figura 33, obtidos através da relação entre o movimento vertical do centro da roda (ponto “i”) e o respectivo ângulo de camber.

Tabela 5 - Ângulo de camber para diferentes deslocamentos verticais do centro da roda (via dianteira e traseira)

Δz_i (mm)	Camber Frente	Camber Traseira	Δz_i (mm)	Camber Frente	Camber Traseira	Δz_i (mm)	Camber Frente	Camber Traseira
50	-7,15°	-4,11°	15	-5,57°	-2,56°	-20	-4,22°	-1,36°
45	-6,91°	-3,86°	10	-5,37°	-2,37°	-25	-4,05°	-1,21°
40	-6,67°	-3,63°	5	-5,17°	-2,18°	-30	-3,88°	-1,07°
35	-6,44°	-3,40°	0	-4,97°	-2,01°	-35	-3,71°	-0,94°
30	-6,22°	-3,18°	-5	-4,78°	-1,83°	-40	-3,54°	-0,81°
25	-6,00°	-2,97°	-10	-4,59°	-1,67°	-45	-3,38°	-0,68°
20	-5,79°	-2,76°	-15	-4,40°	-1,51°	-50	-3,23°	-0,57°

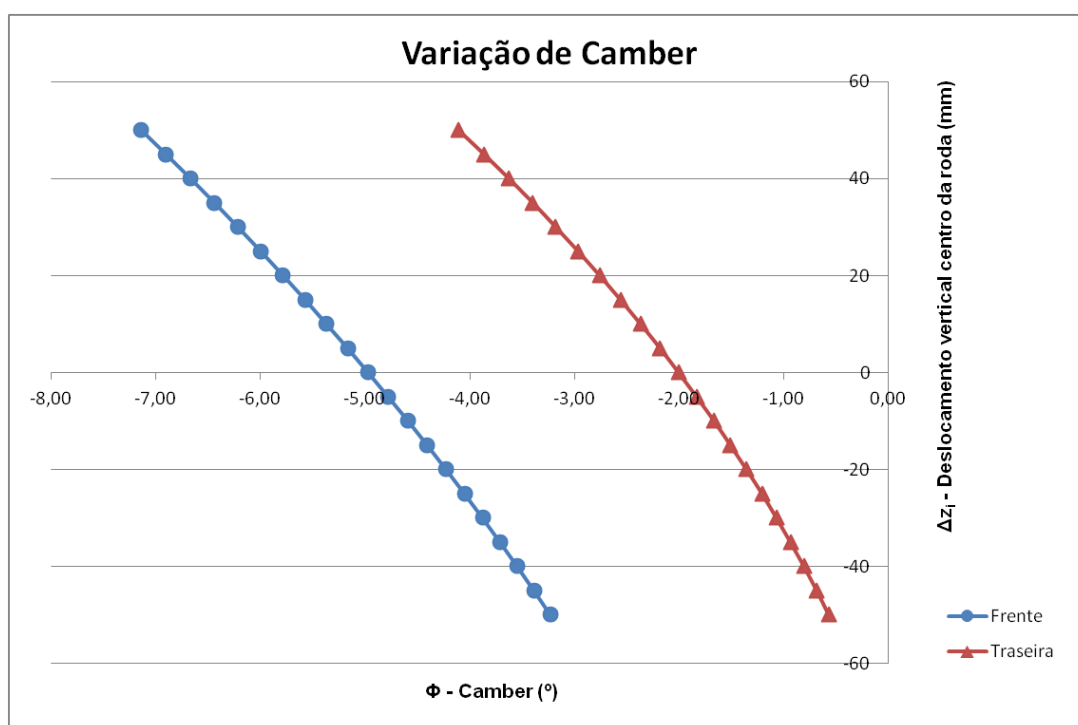


Figura 33 - Camber vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira)

Como se pode verificar na Figura 33, para o deslocamento imposto não se verificaram ângulos positivos.

No entanto, caso se altere o camber estático, as curvas do gráfico da Figura 33 deslocar-se-ão na horizontal e, de uma alteração que promova ângulos de camber menos negativos poderão resultar valores positivos ao longo do percurso descendente.

Ainda da observação da Figura 33, é possível concluir que o declive da tangente a cada curva diminui com a subida do centro da roda, representando esta tangente o inverso da taxa de variação de camber enunciada em 3.1.1.4. Então, quanto menor o declive, maior será a taxa de variação de camber ($\Delta\theta/\Delta z$) que, neste caso, significa que a roda se inclina mais quanto mais se deslocar no sentido ascendente.

4.1.3 Ganho de Camber com Variação do Alinhamento

Quando o condutor pretende que o automóvel percorra uma curva, este terá que girar o guiador e, com isso, varia o ângulo de alinhamento das rodas. Ao efetuar esta manobra pode também se verificar uma variação no ângulo de camber.

O automóvel estudado apenas tem direção nas rodas dianteiras, pelo que são esperadas apenas pequenas variações de alinhamento nas rodas traseiras. Assim, o estudo da variação do camber com a variação do alinhamento será apenas efetuado para a via dianteira.

O processo utilizado na medição do camber é semelhante ao utilizado em 4.1.2, no entanto, para além de diferentes alturas do centro da roda, o ângulo de camber será também medido para ângulos divergentes e ângulos convergentes do alinhamento das rodas.

Para o cálculo deste ganho efetuaram-se testes com o automóvel na sua altura de referência e para um deslocamento vertical do centro da roda de vinte milímetros (20mm) no sentido descendente e no sentido ascendente. Em cada uma destas três posições variou-se o ângulo de alinhamento quinze graus em cada direção ($\pm 15^\circ$).

Os resultados são apresentados na Tabela 6 e na Figura 34.

Tabela 6 - Ângulo de camber para diferentes convergências/divergências e alturas

	$\Delta z_i = -20\text{mm}$		$\Delta z_i = 0\text{ mm}$		$\Delta z_i = 20\text{mm}$	
	Alinhamento	Camber	Alinhamento	Camber	Alinhamento	Camber
Divergência	-15,55°	-2,45°	-15,55°	-3,17°	-15,55°	-3,96°
	-12,55°	-2,86°	-12,55°	-3,58°	-12,55°	-4,37°
	-9,55°	-3,23°	-9,55°	-3,96°	-9,55°	-4,76°
	-6,55°	-3,58°	-6,55°	-4,32°	-6,55°	-5,12°
	-3,55°	-3,91°	-3,55°	-4,65°	-3,55°	-5,46°
\pm	-0,55°	-4,23°	-0,55°	-4,97°	-0,55°	-5,79°
Convergência	2,45°	-4,52°	2,45°	-5,27°	2,45°	-6,09°
	5,45°	-4,80°	5,45°	-5,56°	5,45°	-6,39°
	8,45°	-5,07°	8,45°	-5,84°	8,45°	-6,67°
	11,45°	-5,33°	11,45°	-6,10°	11,45°	-6,94°
	14,45°	-5,57°	14,45°	-6,36°	14,45°	-7,20°

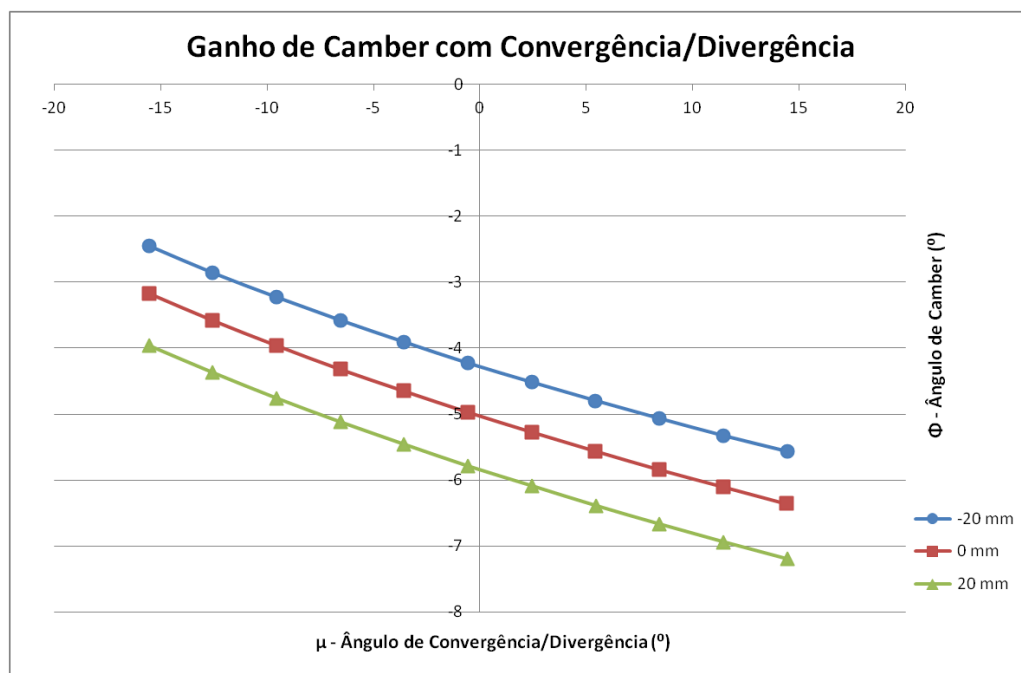


Figura 34 - Camber vs. Convergência/Divergência para diferentes Δz_i

Da análise do gráfico da Figura 34 é possível verificar que o camber negativo é promovido pelo aumento do ângulo de convergência ou, por outras palavras, quando se viram as rodas para fazer uma curva, a roda exterior inclina-se em direção ao automóvel (camber negativo) e a roda interior inclina-se no sentido oposto (camber positivo).

Relacionando as diferentes curvas para diferentes alturas do centro da roda verifica-se que o ganho de camber com a variação do alinhamento da roda é praticamente equivalente para as diferentes alturas. Para uma variação semelhante do ângulo de alinhamento medido a diferentes alturas, a diferença do ângulo de camber resulta apenas do deslocamento vertical da roda, como se pode verificar pelas seguintes equações:

$$\Phi_{-20mm} = 0,0009\mu^2 - 0,1021\mu - 4,2823, \quad \Delta z_i = -20 \text{ mm}$$

$$\Phi_{0mm} = 0,0009\mu^2 - 0,1044\mu - 5,0289, \quad \Delta z_i = 0 \text{ mm}$$

$$\Phi_{20mm} = 0,0009\mu^2 - 0,1062\mu - 5,8452, \quad \Delta z_i = 20 \text{ mm}$$

Analisando as equações que aproximam o comportamento das curvas da Figura 34 verifica-se ainda que o ganho de camber com a variação do alinhamento da roda é praticamente constante pois o argumento do termo elevado ao quadrado é suficientemente pequeno para ser desprezado e o argumento do termo dependente é muito semelhante para diferentes alturas, resultando numa taxa de variação de camber com a variação do alinhamento média ($\Delta\Phi/\Delta\mu$) aproximadamente igual a 0,104.

4.1.4 Variação do Alinhamento com Deslocamento Vertical da Roda

Pretende-se que a variação do alinhamento das rodas imposto pelo deslocamento vertical das mesmas seja o mais pequeno possível. Caso não seja possível garantir pequenas variações, deve garantir-se pelo menos que a variação seja o mais linear possível.

Como indicado em 3.1.2.3, para garantir uma reduzida variação do alinhamento quando o centro da roda é deslocado verticalmente, deve procurar-se projetar a suspensão de modo a limitar ao máximo a variação do ângulo de caster.

Então, como primeiro indicador da variação do ângulo do alinhamento com o deslocamento vertical da roda, pode-se recorrer ao conhecimento da variação do ângulo de caster, que pode ser determinado segundo a equação deduzida em 3.1.2.3, dependente da posição das articulações responsáveis por ligar a manga de eixo aos triângulos de suspensão. Estas articulações são representadas pelos pontos “c” e “f” da Figura 31 e as respetivas posições para diferentes deslocamentos do centro da roda na via dianteira e na via traseira estão indicadas na Tabela 7 e Tabela 8.

Tabela 7 - Coordenadas dos pontos "c" e "f" para diferentes deslocamentos verticais da roda dianteira

Δz_i (mm)	c	f	Δz_i (mm)	c	f	Δz_i (mm)	c	f
50	50,07 725,76 431,54	83,48 793,26 148,70	15	51,88 734,33 399,8	83,98 794,09 115,07	-20	53,75 739,18 367,55	84,48 792,20 81,34
45	50,32 727,22 427,04	83,56 793,54 143,90	10	52,14 735,25 395,22	84,05 793,99 110,26	-25	54,02 739,56 362,90	84,55 791,71 76,51
40	50,58 728,60 422,53	83,63 793,77 139,10	5	52,41 736,09 390,63	84,12 793,83 105,45	-30	54,29 739,88 358,25	84,62 791,15 71,68
35	50,84 729,90 418,00	83,70 793,94 134,30	0	52,67 736,86 386,04	84,19 793,62 100,63	-35	54,57 740,12 353,59	84,69 790,54 66,85
30	51,09 731,12 413,47	83,77 794,06 129,50	-5	52,94 737,55 381,43	84,26 793,35 95,81	-40	54,84 740,28 348,92	84,76 789,88 62,01
25	51,35 732,27 408,92	83,84 794,13 124,69	-10	53,21 738,17 376,81	84,34 793,02 90,99	-45	55,12 740,36 344,24	84,83 789,15 57,17
20	51,62 733,34 404,37	83,91 794,14 119,88	-15	53,48 738,71 372,19	84,41 792,64 86,17	-50	55,40 740,37 339,55	84,90 788,37 52,33

Tabela 8 - Coordenadas dos pontos "c" e "f" para diferentes deslocamentos verticais da roda traseira

Δz_i (mm)	c	f	Δz_i (mm)	c	f	Δz_i (mm)	c	f
50	97,78	110,56	15	96,09	110,57	-20	94,37	110,57
	586,59	638,80		596,05	640,45		600,26	638,59
	395,84	108,61		363,65	75,19		330,76	41,52
45	97,57	110,56	10	95,85	110,57	-25	94,12	110,57
	588,27	639,25		596,97	640,40		600,44	638,03
	391,29	103,85		358,99	70,40		326,01	36,69
40	97,3	110,57	5	95,60	110,57	-30	93,87	110,57
	589,84	639,63		597,78	640,28		600,51	637,39
	386,72	99,09		354,32	65,60		321,25	31,85
35	97,06	110,57	0	95,36	110,57	-35	93,62	110,57
	591,30	639,94		598,49	640,09		600,47	636,68
	382,14	94,32		349,62	60,79		316,48	27,01
30	96,82	110,57	-5	95,11	110,57	-40	93,37	110,57
	592,65	640,17		599,09	639,82		600,32	635,89
	377,54	89,54		344,93	55,98		311,70	22,16
25	96,58	110,57	-10	94,86	110,57	-45	93,12	110,57
	593,89	640,34		599,59	639,49		600,07	635,03
	372,93	84,76		340,22	51,17		306,90	17,31
20	96,33	110,57	-15	94,62	110,57	-50	92,87	110,57
	595,02	640,43		599,98	639,07		599,70	634,08
	368,30	79,98		335,50	46,35		302,09	12,45

Da disposição dos pontos “c” e “f” determina-se, segundo a equação de 3.1.2.3, o comportamento do ângulo de caster, cujos resultados estão apresentados na Tabela 9 e na Figura 35.

Tabela 9 - Ângulo de caster para diferentes deslocamentos verticais do centro da roda (via dianteira e traseira)

Δz_i (mm)	Frente	Traseira	Δz_i (mm)	Frente	Traseira	Δz_i (mm)	Frente	Traseira
50	6,74 ⁰	2,55 ⁰	15	6,43 ⁰	2,87 ⁰	-20	6,13 ⁰	3,21 ⁰
45	6,70 ⁰	2,59 ⁰	10	6,39 ⁰	2,92 ⁰	-25	6,08 ⁰	3,25 ⁰
40	6,65 ⁰	2,64 ⁰	5	6,34 ⁰	2,97 ⁰	-30	6,04 ⁰	3,30 ⁰
35	6,61 ⁰	2,69 ⁰	0	6,30 ⁰	3,01 ⁰	-35	6,00 ⁰	3,35 ⁰
30	6,56 ⁰	2,73 ⁰	-5	6,26 ⁰	3,06 ⁰	-40	5,95 ⁰	3,40 ⁰
25	6,52 ⁰	2,78 ⁰	-10	6,22 ⁰	3,11 ⁰	-45	5,91 ⁰	3,45 ⁰
20	6,48 ⁰	2,83 ⁰	-15	6,17 ⁰	3,16 ⁰	-50	5,86 ⁰	3,50 ⁰

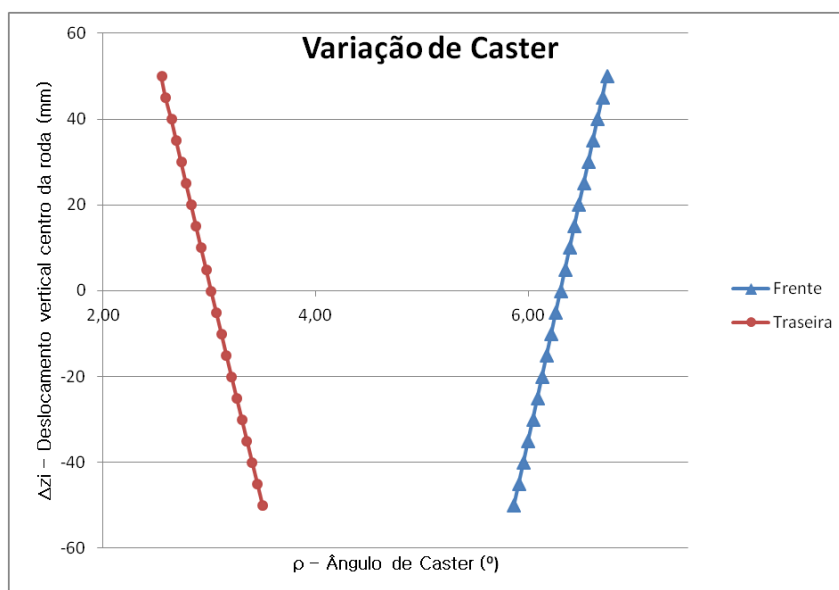


Figura 35 - Caster vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira)

Verifica-se que o ângulo de caster varia de uma forma praticamente linear, com declive positivo na via dianteira e com declive negativo na via traseira. Em ambos os casos tendo em conta o deslocamento imposto, não se registaram variações no ângulo de caster superiores a $0,95^\circ$, antevendo assim pequenas variações no alinhamento das rodas.

Apesar do ângulo de caster variar pouco, o ângulo de convergência/divergência das rodas depende também da disposição do tirante da direção, pelo que uma análise deste parâmetro recorrendo apenas ao comportamento do ângulo de caster é insuficiente.

A variação do alinhamento das rodas com o deslocamento vertical do centro da mesma é então analisada segundo o processo definido em 3.1.2.4 recorrendo a uma metodologia semelhante à utilizada na medição do camber e tendo como referências os pontos da Tabela 3 e Tabela 4. Os resultados são apresentados na Tabela 10 e Tabela 11 e na Figura 36.

Tabela 10 - Convergência/divergência dianteira para diferentes deslocamentos do centro da roda

Δz_i (mm)	Alinhamento	Δz_i (mm)	Alinhamento	Δz_i (mm)	Alinhamento
50	-0,493 ⁰	15	-0,549 ⁰	-20	-0,548 ⁰
45	-0,504 ⁰	10	-0,553 ⁰	-25	-0,544 ⁰
40	-0,515 ⁰	5	-0,556 ⁰	-30	-0,536 ⁰
35	-0,523 ⁰	0	-0,552 ⁰	-35	-0,532 ⁰
30	-0,530 ⁰	-5	-0,552 ⁰	-40	-0,521 ⁰
25	-0,538 ⁰	-10	-0,551 ⁰	-45	-0,513 ⁰
20	-0,545 ⁰	-15	-0,552 ⁰	-50	-0,505 ⁰

Tabela 11 - Convergência/divergência traseira para diferentes deslocamentos do centro da roda

Δz_i (mm)	Alinhamento	Δz_i (mm)	Alinhamento	Δz_i (mm)	Alinhamento
50	-0,031 ⁰	15	0,073 ⁰	-20	0,069 ⁰
45	-0,008 ⁰	10	0,080 ⁰	-25	0,057 ⁰
40	0,012 ⁰	5	0,084 ⁰	-30	0,042 ⁰
35	0,027 ⁰	0	0,084 ⁰	-35	0,031 ⁰
30	0,046 ⁰	-5	0,084 ⁰	-40	0,015 ⁰
25	0,057 ⁰	-10	0,080 ⁰	-45	-0,008 ⁰
20	0,065 ⁰	-15	0,076 ⁰	-50	-0,027 ⁰

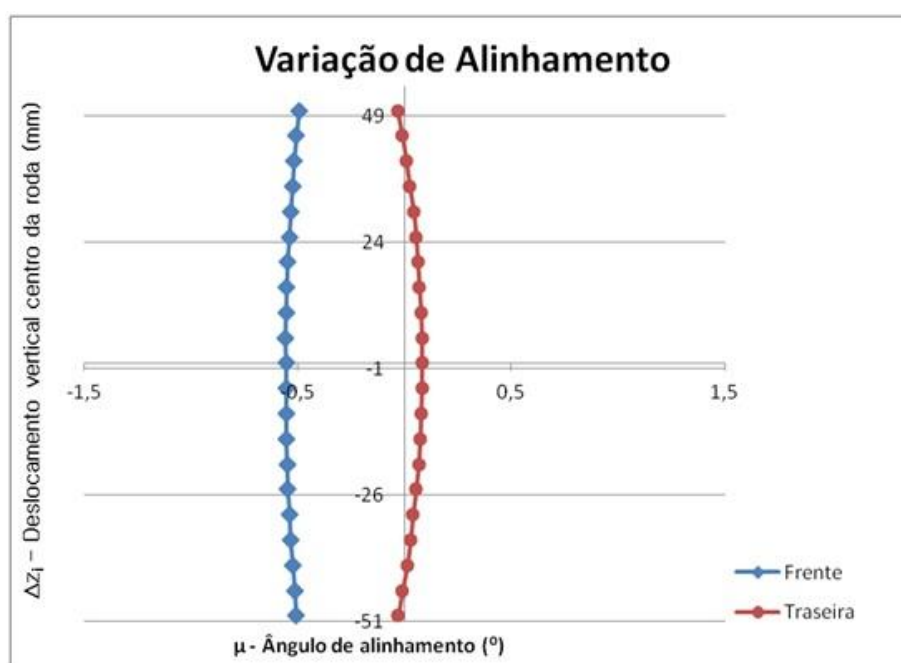


Figura 36 - Convergência/Divergência vs. Deslocamento vertical (via dianteira e traseira)

Ao contrário do que seria esperado, a variação do ângulo de alinhamento das rodas não assume um comportamento linear, principalmente na via traseira.

Na via dianteira, o ângulo de alinhamento tende a convergir ligeiramente com o deslocamento vertical da roda e, contrariamente, o ângulo de alinhamento da via traseira tende a divergir com o deslocamento vertical da roda, promovendo um efeito muito mais acentuado que o verificado nas rodas dianteiras.

Estas observações levam a concluir que quando o automóvel se encontra numa curva e, devido à aceleração lateral, o *chassis* rola para o lado de fora (a roda exterior sobe e a roda interior desce relativamente à carroçaria), ambas as rodas da via traseira tendem a divergir e ambas as rodas da via dianteira tendem a convergir. Porém, o alinhamento deve adotar outro tipo de comportamento.

Teoricamente, o movimento vertical das rodas não deveria provocar variação no alinhamento, garantindo assim que o condutor seria o único responsável por esta variação. No entanto, dependendo do tipo de comportamento pretendido para o automóvel, pode ser necessário fazer com que o alinhamento varie de forma linear com o deslocamento vertical das rodas.

Caso se pretenda um comportamento subvirador, as rodas dianteiras devem convergir quando descem e divergir quando sobem em relação à carroçaria. Por outro lado, na via traseira, as rodas devem convergir quando sobem e divergir quando descem.

Para promover a sobreviragem, deve garantir-se um comportamento contrário ao adotado para a geometria subviradora. Na frente, as rodas devem convergir quando sobem e divergir quando descem, enquanto na via traseira devem divergir quando sobem e convergir quando descem.

Em qualquer dos casos, a representação gráfica da variação do alinhamento em função do deslocamento vertical das rodas deve resultar numa linha reta e não numa linha parabólica como a verificada na Figura 36.

Este efeito indesejado pode ser evitado se houver um cuidado na conceção da suspensão, no entanto, apesar de se verificar uma variação ligeiramente parabólica do alinhamento de direção, a diferença verificada acaba por ser praticamente residual, verificando-se uma variação máxima de $0,06^\circ$ na frente e $0,11^\circ$ na traseira. Não se tratando do resultado ideal, acaba por ser um resultado aceitável.

Caso se pretendam melhorar os resultados observados ou promover um comportamento de subviragem/sobreviragem, deve ser realizado um novo estudo da geometria do sistema de direção.

4.2 Determinação da Rigidez da Suspensão

A determinação da rigidez da suspensão foi efetuada através da metodologia descrita em 3.2, respeitando as respetivas simplificações e aproximações.

De referir ainda que, o automóvel estudado, por se encontrar em fase de projeto, não tem todos os dados bem definidos, principalmente aqueles a que dizem respeito a massa e sua distribuição.

Na indefinição de alguns dados importantes, serão assumidos valores semelhantes a viaturas do mesmo género ou então valores próximos dos idealmente pretendidos.

4.2.1 Pesos, Dimensões e Restrições

Em primeiro lugar determina-se a massa do veículo e sua distribuição que, apesar de não estar totalmente definida, pretende-se que seja limitada a uma massa total de 750 kg com uma distribuição de 33% para a via dianteira e 67% para a via traseira (Figura 37).

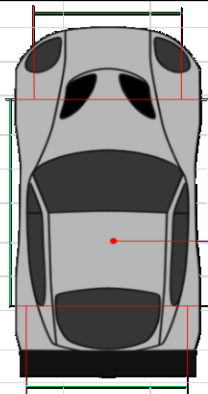
Massa Total Frente [WF]			247,50	kg				
Massa Suspensa Frente [W _{SF}]			205,50	kg				
								
Massa Medida [W ₁]	123,75	kg	123,75	kg	Massa Medida [W ₂]			
Massa Suspensa [W _{S1}]	102,75	kg	102,75	kg	Massa Suspensa [W _{S2}]			
			750,00	kg	Massa Total [W]			
			641,68	kg	Massa Suspensa Total [W _S]			
Massa Medida [W ₃]	251,25	kg	251,25	kg	Massa Medida [W ₄]			
Massa Suspensa [W _{S3}]	218,09	kg	218,09	kg	Massa Suspensa [W _{S4}]			
			Massa Total Traseira [WR]				502,50	kg
			Massa Suspensa Traseira [W _{SR}]				436,180	kg

Figura 37 - Distribuição das massas estáticas

A massa não suspensa foi definida, na frente, como 17% da massa total sobre a via dianteira e atrás, como 13% da massa total sobre a via traseira, dados retirados de um automóvel semelhante com uma massa de 1000 kg (*Ginetta G50 GT4*).

Os dados referentes às dimensões (Tabela 12) foram todos retirados do desenho de conjunto do automóvel, exceto a altura do centro de gravidade da massa não suspensa, que foi assumida como coincidente com o centro das rodas e a altura do centro de gravidade da massa suspensa que foi aproximada ao mesmo parâmetro do *Ginetta G50 GT4*.

Tabela 12 - Dimensões dos parâmetros relevantes para apurar a rigidez da suspensão

Simb.	Descrição	Valor	Uni.
t_F	Via Dianteira	1,625	m
t_R	Via Traseira	1,664	m
z_{RF}	Altura do Centro de Rolamento (frente)	0,117	m
z_{RR}	Altura do Centro de Rolamento (traseira)	0,116	m
z_{WF}	Altura do CG da Massa não Suspensa (frente)	0,304	m
z_{WR}	Altura do CG da Massa não Suspensa (traseira)	0,313	m
ℓ	Distância Entre Vias	2,538	m
a	Posição do CG relativamente à via dianteira	1,701	m
a_S	Posição do CG suspenso relativamente à via dianteira	1,725	m
h_2	Distância do CG suspenso ao Eixo de rolamento	0,277	m

A rigidez das molas e das barras anti rolamento será determinada para a solicitação mais extrema a que se espera que o automóvel esteja sujeito e, no caso das molas, deve optar-se por escolher umas que proporcionem uma frequência de vibração inferior a 3 Hz [5].

A rigidez total da suspensão deve garantir que, para uma aceleração lateral igual a 2,1g's, a carroçaria role no máximo 1,8°. A rotação máxima foi definida pela variação verificada no ângulo de camber da roda dianteira quando esta é deslocada no sentido ascendente 85mm (4.1.2). Deste modo, pretende-se que a rotação da carroçaria anule a inclinação da roda, mantendo-a perpendicular com o solo.

$$A_y = 2,1 \text{ g's}$$

$$\phi_{max} = 1,8^\circ$$

A relação de instalação (IR) definida em 3.2.3 foi também determinada recorrendo ao desenho de conjunto do automóvel e, apesar de não ser constante, vai ser assumida como tal.

Os valores a utilizar serão, respetivamente, para a suspensão dianteira e suspensão traseira:

$$IR_F = 0,942$$

$$IR_R = 0,604$$

4.2.2 Processo de Cálculo

Utilizando os valores definidos em 4.2.1 e as fórmulas deduzidas em 3.2 pretende-se, em primeiro lugar, determinar o *Roll Rate* mínimo necessário para satisfazer as restrições impostas no capítulo anterior, sendo o resultado:

$$K_{\phi} \geq 2037 \text{ N.m/}^{\circ}$$

Determinar o *Roll Rate* total do automóvel é um processo simples, mas torna-se mais complexo determinar a distribuição deste parâmetro para a dianteira/traseira. A distribuição é efetuada recorrendo ao suplemento *solver* do *Microsoft Office Excel* (Figura 38).

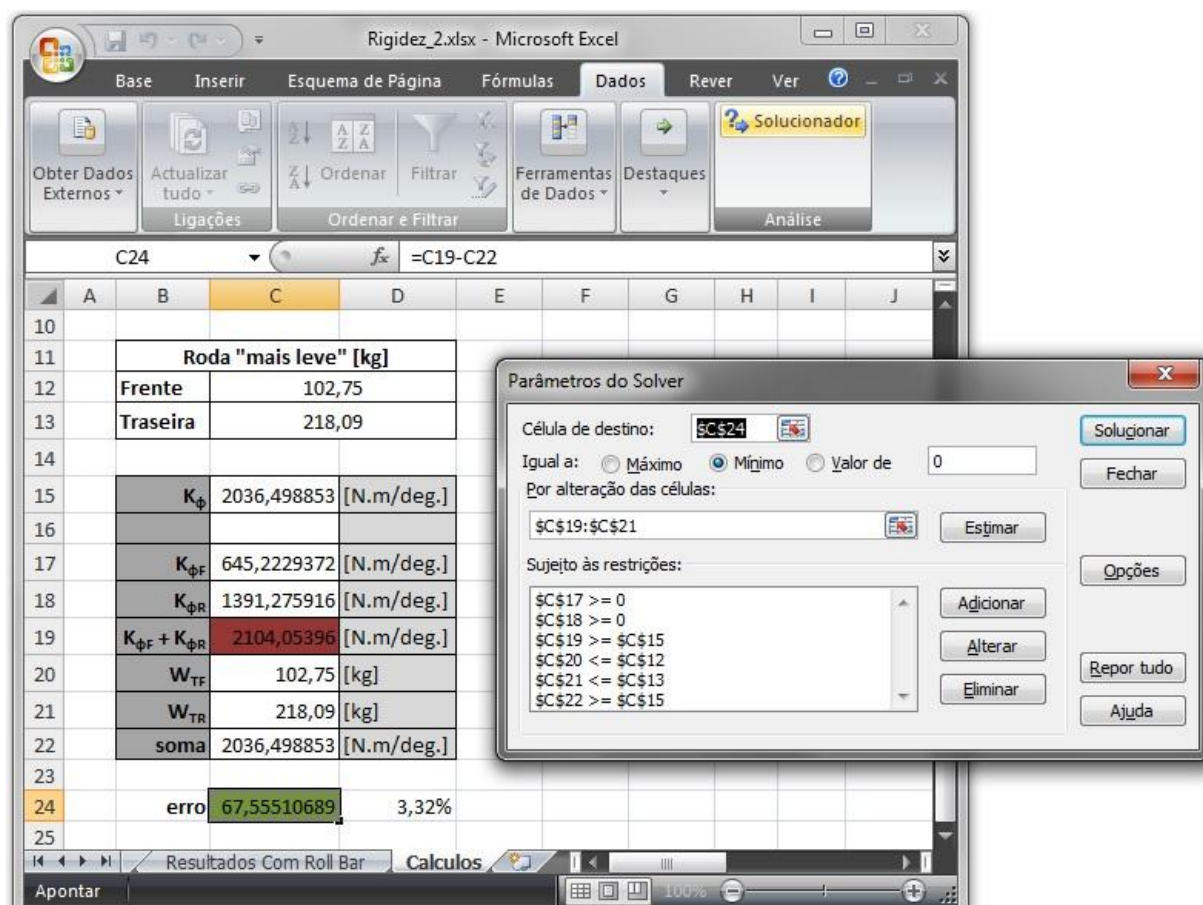


Figura 38 - Resolução do Solver do Excel para Roll Rate dianteiro e traseiro

O objetivo é encontrar o valor do *Roll Rate* para a frente e para trás que satisfaça o valor mínimo total. Na Figura 38, $K_{\phi F}$ e $K_{\phi R}$ (células C17 e C18) são calculados segundo as equações da página 40, a “soma” corresponde ao somatório de C17 com C18 e o erro corresponde à diferença entre “ $K_{\phi F} + K_{\phi R}$ ” e “soma” (C19-C22).

O objetivo do *Solver* é determinar “ $K_{\phi F} + K_{\phi R}$ ”, “ W_{TF} ” e “ W_{TR} ” (células C19, C20 e C21) que resultem no menor erro possível e satisfaçam as condições:

- $K_{\phi F} \geq 0$ (C17 ≥ 0);
- $K_{\phi R} \geq 0$ (C18 ≥ 0);
- $K_{\phi F} + K_{\phi R} \geq K_{\phi}$ (C19 \geq C15);
- $W_{TF} \leq W_{SF}$ (C20 \leq C12);
- $W_{TR} \leq W_{SR}$ (C21 \leq C13);
- soma $\geq K_{\phi}$ (C22 \geq C15).

O erro resultante, como se pode ver na Figura 38, foi de 3,32% para:

$$K_{\phi F} \geq 645,2 \text{ N.m/}^\circ$$

$$K_{\phi R} \geq 1391 \text{ N.m/}^\circ$$

4.2.2.1 Suspensão sem Barras Anti Rolamento

Do *Roll Rate* calculado e considerando uma rigidez dos pneus de 160 000 N/m, resultam os seguintes rácios de rigidez para uma suspensão sem barras anti rolamento:

Tabela 13 - Rácios de rigidez para suspensão sem barras anti rolamento

	Frente		Traseira		
Roll Rate	$K_{\phi F}$	645,2	$K_{\phi R}$	1 391	N.m/ $^\circ$
Tire Rate	K_{TF}	160 000	K_{TR}	160 000	N/m
Ride Rate	K_{RF}	27 999	K_{RR}	57 580	N/m
Wheel Center Rate	K_{WF}	33 938	K_{WR}	89 951	N/m
Spring Rate	K_{SF}	38 214	K_{SR}	24 6198	N/m

Aplicando as equações de transferência de massa lateral representadas na página 37 e recorrendo aos rácios da Tabela 13 obtém-se a massa total transferida lateral quando o automóvel percorre uma curva.

$$W_{TF} = 120,24 \text{ kg} \leq W_F/2 = 123,75 \text{ kg}$$

$$W_{TR} = 243,33 \text{ kg} \leq W_R/2 = 251,25 \text{ kg}$$

Como se pode verificar, as cargas transferidas são inferiores às cargas estáticas em cada roda, pelo que está garantido que haverá sempre uma força descendente em todas as rodas, impedindo assim que os pneus “descolem” do chão.

Tabela 14 - Cargas verificadas em curva para cada roda

Roda	Interior	Exterior	
Frente	3,51	243,99	kg
Traseira	7,92	494,58	kg

Caso surgissem valores negativos na Tabela 14, significava que forças ascendentes estariam a levantar a roda com carga negativa. Para contornar este efeito indesejável ter-se-ia que relaxar as restrições impostas ou então alterar alguns parâmetros da geometria da suspensão, tais como a largura de vias ou a altura dos centros de rolamento.

Como o *Roll Rate* depende totalmente das molas, não se pode controlar a rigidez das mesmas, como tal, é necessário garantir que a rigidez calculada não origina vibrações indesejadas.

Para o *Ride Rate* resultante, observa-se então que as respetivas frequências de vibração são:

$$\omega_F = 2,627 \text{ Hz}$$

$$\omega_R = 2,586 \text{ Hz}$$

Como as frequências resultantes estão abaixo do limite definido de 3Hz, a opção de definir o *Roll Rate* apenas através da rigidez das molas poderá ser uma boa solução, garantindo ainda um curso da suspensão que não permite o contacto da carroçaria com o solo.

Tabela 15 - Curso da suspensão sem barras anti rolamento

	Ascendente	Descendente	TOTAL
Frente	42,13 mm	-42,13 mm	84,25 mm
Traseira	41,46 mm	-41,46 mm	82,91 mm

4.2.2.2 Suspensão com Barras Anti Rolamento

Apesar de ser possível garantir os parâmetros de rigidez sem barras anti rolamento, deve ter-se sempre em consideração que por vezes, devido às condições da estrada por onde o automóvel circula, possam ser necessárias molas menos rígidas, que se traduzem em frequências menos elevadas.

Para garantir o *Roll Rate* com molas menos rígidas, introduzem-se as barras anti rolamento, que irão colmatar a falta de rigidez ao rolamento das molas.

Pretendendo molas menos rígidas, deve calcular-se o *Roll Rate* proveniente exclusivamente das molas, completando com as barras anti rolamento o valor em falta.

Então, para as frequências de vibração dianteira e traseira de 2,4 e 2,35 Hz respetivamente, obtêm-se os rácios de rigidez apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 - Rácios de rigidez para suspensão com barras anti rolamento

	Frente		Traseira		
<i>Tire Rate</i>	K_{TF}	160 000	K_{TR}	160 000	N/m
<i>Ride Rate</i>	K_{RF}	23 365	K_{RR}	47 548	N/m
<i>Wheel Rate</i>	K_{WF}	27 360	K_{WR}	67 653	N/m
<i>Roll Rate Total</i>	$K_{\Phi F}$	645,2	$K_{\Phi R}$	1 391	N.m/ ⁰
<i>Roll Rate Molas</i>	$K_{\Phi mF}$	538,4	$K_{\Phi mR}$	1 149	N.m/ ⁰
<i>Spring Rate</i>	K_{SF}	30 807,1	K_{SR}	185 167	N/m
<i>Roll Rate Barras</i>	$K_{\Phi BF}$	106,8	$K_{\Phi BR}$	242,4	N.m/ ⁰

Como se pretende manter o *Roll Rate* igual ao utilizado no cálculo da suspensão sem barras anti rolamento, a massa transferida lateralmente é igual em ambos os casos.

No entanto, é possível controlar a frequência de vibração das rodas e utilizar molas menos rígidas, tornando o automóvel mais confortável e igualmente capaz de resistir ao rolamento resultante de uma aceleração lateral semelhante.

Apesar de, aparentemente, a introdução das barras anti rolamento permitirem o melhoramento do desempenho do automóvel, deve ser tomado em consideração o curso da suspensão com molas menos rígidas, que permitem um deslocamento mais amplo da suspensão como pode ser verificado na Tabela 17

Tabela 17 - Curso da suspensão com barras anti rolamento

	Ascendente	Descendente	TOTAL
Frente	50,48 mm	-50,48 mm	100,97 mm
Traseira	50,20 mm	-50,20mm	100,41 mm

Outro problema que pode surgir com a introdução de molas menos rígidas na suspensão está relacionado com as características de *Anti-Dive* e *Anti-Squat*. Se a geometria da suspensão não garantir estas propriedades, as molas poderão não ser suficientemente rígidas para garantir que o rolamento longitudinal estará convenientemente controlado.

4.2.2.3 Comparação: com ou sem barras anti rolamento?

Comparando então os dados das duas soluções, com e sem barras anti rolamento (Tabela 18), pode-se concluir que a introdução de barras anti rolamento permite a utilização de molas menos rígidas e, consequentemente, frequências menos elevadas e maior conforto.

Por outro lado, a possibilidade de utilizar molas menos rígidas devido à presença das barras anti rolamento fazem com que o curso da suspensão aumente, aumentando também o risco do chassis poder chocar no solo ou da suspensão alcançar os seus batentes nos fins de curso.

Tabela 18 - Comparação entre suspensões com e sem barras anti rolamento

	Sem barras	Com barras	Diferença	
Rigidez Mola Frente [K_{SF}]	38 214	30 807	-19,38%	[N/m]
Rigidez Mola Traseira [K_{SR}]	246 198	185 167	-24,79%	[N/m]
Rigidez Barra Frente [$K_{\phi BF}$]	-	107	-	[N.m/ ⁰]
Rigidez Barra Traseira [$K_{\phi BR}$]	-	242	-	[N.m/ ⁰]
Frequência Frente [ω_F]	2,627	2,400	-8,65%	[Hz]
Frequência Traseira [ω_R]	2,586	2,350	-9,13%	[Hz]
Curso Total Suspensão Frente [Δz_{iF}]	84,25	100,97	19,83%	[mm]
Curso Total Suspensão Traseira [Δz_{iR}]	82,91	100,41	21,10%	[mm]

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

Para diferentes tipos de utilização existem tipos de suspensões mais adequadas que outras, no entanto, para o tipo de viatura estudada neste trabalho, concluiu-se que o mais indicado seria, para as quatro rodas, a suspensão do tipo *Short-Long Arm*.

A escolha deste tipo de suspensão deveu-se ao conjunto de características por ela proporcionadas, principalmente a facilidade configuração e liberdade construtiva.

Porém, por conter muitos componentes móveis, torna-se difícil caracterizar o movimento de uma suspensão deste tipo, pois o movimento de um elemento altera completamente a geometria de todo o sistema. A caracterização destes movimentos pode ser realizada recorrendo a equações não lineares que descrevem o movimento de cada parte da suspensão ou podem ser determinadas medindo diretamente a posição relativa de cada componente.

Neste caso optou-se por determinar a cinemática da suspensão recorrendo a medidas feitas diretamente nos seus elementos constituintes. Esta opção foi tomada por ser mais simples e pelo facto de ser possível fazê-lo de um modo cómodo através do desenho 3D disponibilizado.

Para a configuração geométrica escolhida foi possível determinar o comportamento cinemático da suspensão e, da análise efetuada aos resultados obtidos, pode concluir-se que os ganhos de camber resultantes da variação da altura do centro da roda e do ângulo de alinhamento comportam-se como seria desejado.

Quer na via dianteira como na via traseira, a variação do camber é superior quando a roda se desloca para cima, movimento equivalente ao rolamento em curva em que as rodas de fora sobem em relação à carroçaria. Como nos pneus de fora são criadas forças axiais elevadas que os deformam de modo a diminuir a área de contacto destes com o solo, o efeito de maior ganho de camber nessas rodas elimina o efeito indesejado da deformação.

O mesmo efeito tem o ganho de camber com a variação do alinhamento das rodas, pois pretendendo mudar de direção tem que se virar as rodas e, como já foi referido, convém que a roda exterior ganhe camber negativo, exatamente como verificado.

A análise da variação do alinhamento em função do deslocamento vertical não apresentou os resultados ideais, principalmente na via traseira. No entanto, os resultados verificados acabam por ser uma boa aproximação, considerando-se mesmo satisfatórios devido às pequenas diferenças verificadas.

Apesar das pequenas diferenças verificadas, observa-se que na via dianteira, quer a roda suba, quer a roda desça em relação à carroçaria, que as rodas tendem a convergir. O contrário é verificado na via traseira (rodas divergem) com este efeito ainda mais acentuado que o verificado na via dianteira. Deste comportamento resulta que quando o automóvel percorre uma curva, ocorrendo rolamento da carroçaria, ambas as rodas vão convergir na frente e divergir atrás, fazendo com que os pneus “arrastem” e percam aderência. Como consequência, a velocidade em curva terá que diminuir pois a aderência proporcionada pelos pneus será menor.

Para contornar este efeito de perda de aderência é comum alterar o alinhamento estático de modo a que as rodas exteriores (que são as maiores responsáveis pela aderência em curva por estarem sujeitas a cargas mais elevadas) mantenham o ângulo ideal que maximiza a aderência. Para automóveis semelhantes ao estudado é normal utilizar-se na via dianteira um alinhamento estático total entre $-0,95^\circ$ e 0° e na via traseira um alinhamento estático total entre 0° e $0,95^\circ$.

Foi ainda possível apurar a rigidez que a suspensão deverá assumir para se iniciar o processo de desenvolvimento do automóvel, sabendo que o resultado dificilmente será a rigidez final, pois pretende-se apenas um valor aproximado.

Porque a distância entre vias é maior que a largura de vias, a transferência lateral de massas é mais crítica que a transferência longitudinal e, por isso, o parâmetro mais importante no cálculo da rigidez da suspensão de um automóvel desportivo será o *Roll Rate*, que é o parâmetro que controla o movimento de rolamento da carroçaria e consequente transferência lateral de massas.

Para o exemplo utilizado, em que se impôs que o automóvel sofresse apenas um rolamento máximo de $1,8^\circ$ para uma aceleração lateral de $2,1\text{ g's}$ e que a frequência de vibração dos eixos não ultrapassasse os 3 Hz , verificou-se que seria possível garantir as restrições utilizando apenas molas que proporcionasse o *Roll Rate* necessário, porém não seria possível controlar a rigidez das molas.

Caso se pretendesse optar por molas menos rígidas, para garantir maior conforto ou menores vibrações transmitidas à carroçaria, seria necessário aplicar barras anti rolamento para proporcionarem o *Roll Rate* que as molas sozinhas não garantiriam. Neste caso, controlando a rigidez das molas, deixa de ser possível controlar o curso da suspensão.

Se o curso permitido for demasiado grande poderá haver o risco de os batentes da suspensão embaterem nos fins de curso ou o fundo do veículo embater no chão.

Deve então ser seleccionada uma solução de compromisso que limite o curso das rodas dentro de valores controlados e ao mesmo tempo resulte em frequências de vibração também controladas.

5.2 *Trabalhos Futuros*

Na determinação do comportamento cinemático da suspensão, todos os componentes foram considerados infinitamente rígidos. Porém, todos os materiais apresentam uma rigidez limitada e, quando submetidos a elevadas solicitações, tendem a deformar-se.

Um trabalho interessante seria contabilizar as deformações estruturais e determinar a influência que essas deformações teriam no comportamento cinemático da suspensão.

Outro trabalho que deveria ser aperfeiçoado seria a geometria do sistema de direção, pois como verificado em 4.1.4, o alinhamento é ligeiramente influenciado pelo deslocamento vertical das rodas. Apesar de não ser crítico, um comportamento mais correto deste parâmetro pode ser conseguido através de um cuidado dimensionamento do tirante de direção e uma cuidada disposição do mesmo, garantindo assim um bom comportamento do alinhamento das rodas.

Como o processo de desenvolvimento da rigidez da suspensão de um automóvel foi várias vezes definido como um processo iterativo, baseado na tentativa e erro, seria então interessante também efetuar os testes necessários para poder perceber quão errada estaria a primeira iteração, descrita em 4.2 e efetuar os testes seguintes até ser alcançado o resultado ótimo.

6 Referências e Bibliografia

1. Sancibrian, R., et al., *Kinematic design of double-wishbone suspension systems using a multiobjective optimisation approach*. Vehicle System Dynamics, 2010. **48**(7): p. 793-813.
2. Reimpell, J., H. STOLL, and J.W. Betzler, *The Automotive Chassis: Engineering Principles*. 2001: Elsevier Butterworth-Heinemann.
3. Theander, A., *Design of a Suspension for a Formula Student Race Car*, in *Vehicle dynamics, Aeronautical and vehicle engineering*, Royal Institute of Technology. 2004: Stockholm.
4. Gillespie, T.D., *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 1992, Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, Inc. 495.
5. Milliken, W.F. and D.L. Milliken, *Race car vehicle dynamics*. 1995: Society of Automotive Engineers, Inc.
6. Wikipedia. *Twist-beam rear suspension*. 2013 [cited 2013; Available from: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Twist-beam_rear_suspension&oldid=541483087].
7. Sincere, S.M., *Short-Long Arm Suspension System Non-Linearities and Analysis*, in *Motorsports Engineering Conference Proceedings*. 1998, SAE International: 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA 15096-0001 U.S.A.
8. Fallah, M.S., R. Bhat, and W.F. Xie, *New model and simulation of Macpherson suspension system for ride control applications*. Vehicle System Dynamics, 2009. **47**(2): p. 195-220.
9. Ryu, Y.I., et al., *Development of analytical process to reduce side load in strut-type suspension*. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010. **24**(1): p. 351-356.
10. Lamers, W.-J., *Development and analysis of a multi-link suspension for racing applications*, in *Mechanical Engineering*. 2008, Technische Universiteit Eindhoven: Eindhoven.
11. Moura, M.F.S.F.d. and C.A.M. Oliveira, *Mecânica II* 2002, DEMEGI: Porto.
12. Berkum, v.A.A., P. Rosielle, and M. Steinbuch, *Chassis and suspension design FSRTE02*, in *Department of Mechanical Engineering Section Dynamics and Control Technology*. 2006, Technische Universiteit Eindhoven: Eindhoven.
13. Ltd., A.M.J.C. *Vehicle Testing Machines*. 2013; Available from: http://www.abott-mf.com/index_e.html.
14. Raghavan, M., *Suspension synthesis for N:1 roll center motion*. Transactions of the ASME. Journal of Mechanical Design, 2005. **127**(4): p. 673-8.
15. Burgess, M.J., et al., *A Tool for Rapid Vehicle Suspension Design*, in *Proceedings of the 2004 SAE Motorsports Engineering Conference and Exhibition*. 2004, SAE International: Dearborn, Michigan.

16. Bolles, B. *How Bumpsteer Works And How To Measure It*. 2010 [cited 2013 Maio de 2013]; Available from: http://www.circletrack.com/chassistech/ctrp_1001_bump_steer_explained/viewall.html#ixzz2VfWIpuHq.
17. Rodrigues, J.D., *Apontamentos de Vibrações de Sistemas Mecânicos*. 2013, Faculdade de Engenharia da U.PORTO: Porto.
18. Society, A.T., *Automobile engineering: a general reference work*. 1921: American technical society.
19. Raghavan, M., *Number and dimensional synthesis of independent suspension mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, 1996. **31**(8): p. 1141-1153.
20. Enterprises, R.Q.R. *Automobile Ride, Handling, and Suspension Design*. 1999-2002; Available from: <http://medlem.spray.se/bmw02hemsida/filer/roadholding/Automobile%20Ride,%20Handling,%20and%20Suspension.htm>.
21. Susca, L., et al., *Racing car design using knowledge aided engineering*. Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing: AIEDAM, 2000. **14**(3): p. 235-249.
22. Candelpergher, A., M. Gadola, and D. Vetturi, *Development of a New Software for Racecar Suspension Kinematics*, in *Proceedings of the 2002 SAE Motorsports Engineering Conference and Exhibition*. 2002, SAE International: Indianapolis, Indiana.
23. Lee, A.Y., *Coordinated control of steering and anti-roll bars to alter vehicle rollover tendencies*. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, 2002. **124**(1): p. 127-132.
24. Raghavan, M., *Suspension design for linear toe curves: A case study in mechanism synthesis*. Journal of Mechanical Design, 2004. **126**: p. 278.
25. Liu, J., et al., *Optimized design for a MacPherson strut suspension with side load springs*. International Journal of Automotive Technology, 2008. **9**(1): p. 29-35.
26. Mihailidis, A., et al., *The design of a Formula Student race car: A case study*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2009. **223**(6): p. 805-814.
27. Severson, A. *The MacPherson Strut*. 2009; Available from: <http://ateupwithmotor.com/technology/150-macpherson-strut-history.html>.
28. Xueliang, B., L. Qian, and L. Ke. *Optimization of Double Wishbone Suspension and Steering Mechanism Based on Kane Method*. in *2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC 2010), 10-12 Aug. 2010*. 2010. Piscataway, NJ, USA: IEEE.
29. Balike, K.P., S. Rakheja, and I. Stiharu, *Development of kineto-dynamic quarter-car model for synthesis of a double wishbone suspension*. Vehicle System Dynamics, 2011. **49**(1-3): p. 107-28.
30. Bolles, B. *Racing Suspension Setup - Complete Setup Guide*. 2011; Available from: http://www.circletrack.com/chassistech/ctrp_1109_racing_suspension_setup/viewall.html#ixzz2VfsLCFPr.
31. Maher, D. and P. Young, *An insight into linear quarter car model accuracy*. Vehicle System Dynamics, 2011. **49**(3): p. 463-480.
32. Seong-Jun, P. and S. Jeong-Hyun, *Effects of camber angle control of front suspension on vehicle dynamic behaviors*. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012. **26**(2): p. 307-13.

